58. РЕГИОНАЛЕН НАТПРЕВАР ПО ФИЗИКА

4 април 2026

II година

(решенија на задачите)

Задача 1. Да се определи потенцијалот на површината на изолирана, наелектризирана спроводна сфера поставена во вакуум, ако во точки што се наоѓаат на растојанија $r_1 = 5\,\mathrm{cm}$ и $r_2 = 10\,\mathrm{cm}$ од нејзината површина, потенцијалите се $\varphi_1 = 300\,\mathrm{V}$ и $\varphi_2 = 210\,\mathrm{V}$, соодветно.

Решение:

Потенцијалот на површината на наелектризирана спроводна сфера со полнеж q и радиус R е:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}. \qquad (\textbf{2 поена}) \tag{1}$$

Потенцијалите во точките кои се оддалечени на растојанија r_1 и r_2 од површината на сферата соодветно се:

$$\varphi_1 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 (R+r_1)}, \qquad (\textbf{2 поена}) \tag{2}$$

$$\varphi_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 (R+r_2)}. \qquad (\textbf{2 поена}) \tag{3}$$

Од претходните две равенки, бидејќи полнежот q е ист, се добива:

$$\varphi_1(R+r_1) = \varphi_2(R+r_2). \qquad (\textbf{2 поена}) \tag{4}$$

Оттука, за радиусот на сферата следува:

$$R = \frac{\varphi_2 r_2 - \varphi_1 r_1}{\varphi_1 - \varphi_2}. \qquad (\textbf{3 поени}) \tag{5}$$

Со комбинирање на релациите (1) и (2), за потенцијалот на површината на сферата се добива:

$$\varphi = \varphi_1 \frac{R+r_1}{R}. \qquad (\textbf{3 поени}) \tag{6}$$

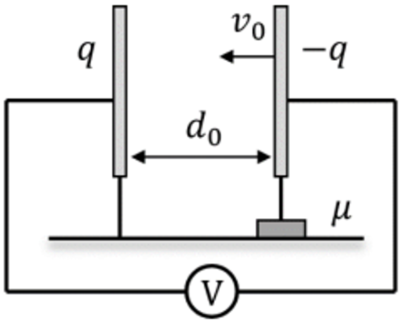
Со замена на релација (5) во претходната релација и со средување, се добива:

$$\varphi = \varphi_1 \varphi_2 \frac{r_2 - r_1}{\varphi_2 r_2 - \varphi_1 r_1}. \qquad (\textbf{4 поени}) \tag{7}$$

$$\varphi = 300\,\mathrm{V} \cdot 210\,\mathrm{V} \cdot \frac{0,10\,\mathrm{m} - 0,05\,\mathrm{m}}{210\,\mathrm{V} \cdot 0,10\,\mathrm{m} - 300\,\mathrm{V} \cdot 0,05\,\mathrm{m}} = 525\,\mathrm{V}. \qquad (\textbf{2 поена}) \tag{8}$$

Забелешка: За секоја погрешно пресметана нумеричка вредност се одземаат два поена, а за незапишување на мерната единица во крајниот резултат се одзема еден поен.

Задача 2. Две еднакви паралелни метални плочи образуваат плочест кондензатор. Површината на секоја од плочите изнесува $S = 100\,\mathrm{cm}^2$, а пак почетното растојание меѓу нив е еднакво на $d_0 = 5$ mm. Левата плоча е фиксирана, а пак десната плоча може да се движи по хоризонталната подлога. Плочите се наелектризирани со ист полнеж $q = 88,5\,\mathrm{nC}$, но со спротивни знаци. Помеѓу плочите е поврзан идеален волтметар. На десната плоча ѝ се соопштува почетна брзина $v_0 = 0,2\,\mathrm{m/s}$, како што е прикажано на Слика 1. Коефициентот на триење помеѓу плочата и подлогата изнесува $\mu = 0,5$. Да се одредат минималната вредност, U_{min}, и максималната вредност на напонот, U_{max}, што ќе ги покаже волтметарот. Да се занемарат отпорот на воздухот и електростатската сила помеѓу плочите. Земјиното забрзување е еднакво на $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$. Диелектричната константа во вакуум изнесува $\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{C^2/Nm^2}$.



Слика 1

Решение:

Капацитетот на плочест кондензатор се пресметува според:

$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}. \qquad (\textbf{2 поена}) \tag{9}$$

Бидејќи плочите се наелектризирани со полнеж q, напонот помеѓу нив изнесува:

$$U = \frac{q}{C}. \qquad (\textbf{2 поена}) \tag{10}$$

Со замена на Равенка (9) во Равенка (10), за напонот се добива:

$$U = \frac{qd}{\varepsilon_0 S}. \qquad (\textbf{2 поена}) \tag{11}$$

Бидејќи десната плоча се движи кон левата, растојанието помеѓу плочите d се намалува. Притоа, растојанието помеѓу плочите е максимално во почетниот момент и е еднакво на

$$d_{\mathrm{max}} = d_0. \qquad (\textbf{1 поен}) \tag{12}$$

Од друга страна, пак, плочите ќе бидат на минимално растојание кога десната плоча ќе застане и важи:

$$d_{\mathrm{min}} = d_0 - s, \qquad (\textbf{1 поен}) \tag{13}$$

каде што s е патот што плочата ќе го помине пред да запре, даден со

$$s = \frac{v_0^2}{2a}, \qquad (\textbf{3 поени}) \tag{14}$$

при што забрзувањето се добива од Второт Њутнов закон:

$$ma = m\mu g \Rightarrow a = \mu g. \quad (\textbf{3 поени}) \tag{15}$$

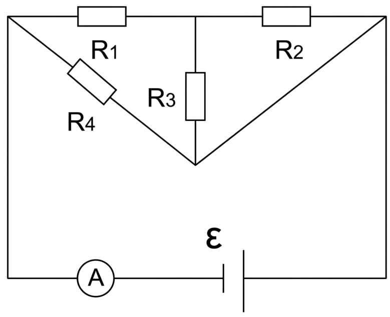
Притоа, искористивме дека на плочата ѝ дејствуваат три сили: Земјината тежа, силата на нормална реакција на подлогата и силата на триење. Бидејќи плочата се движи само во хоризонтален правец, Земјината тежа и силата на нормална реакција на подлогата се еднакви по големина, па затоа и силата на триење има големина μmg.
Од равенката (11) се забележува дека напонот зависи правопропорционално од растојанието, па со замена на релациите (12), (13), (14) и (15 во релацијата (11), за минималниот и максималниот напон добиваме:

$$U_{\min} = \frac{qd_{\min}}{\varepsilon_0 S} = \frac{q}{\varepsilon_0 S}(d_0 - \frac{v_0^2}{2\mu g}) = 1\,\mathrm{kV}, \quad (\textbf{4 поени}) \tag{16}$$

$$U_{\max} = \frac{qd_{\max}}{\varepsilon_0 S} = \frac{qd_0}{\varepsilon_0 S} = 5\,\mathrm{kV}. \quad (\textbf{2 поена}) \tag{17}$$

Забелешка: За секоја погрешно пресметана нумеричка вредност се одземаат два поена, а за незапишување на мерната единица во крајниот резултат се одзема еден поен.

Задача 3. Колкава јачина на струја ќе покаже амперметарот A во струјното коло претставено на Слика 2, ако електромоторната сила на изворот изнесува $\varepsilon = 2,8\,\mathrm{V}$? Отпорите на отпорниците изнесуваат: $R_1 = 1,25\,\Omega$, $R_2 = 1\,\Omega$, $R_3 = 3\,\Omega$, $R_4 = 7\,\Omega$.



Слика 2

Решение:

Отпорниците R_2 и R_3 се паралелно сврзани, па нивниот еквивалентен отпор е:

$$\frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}, \quad (\textbf{5 поени}) \tag{18}$$

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{1\,\Omega \cdot 3\,\Omega}{1\,\Omega + 3\,\Omega} = 0,75\,\Omega. \quad (\textbf{3 поени}) \tag{19}$$

Овој отпор е сериски сврзан со R_1, па затоа:

$$R_{123} = R_1 + R_{23} = 1,25\,\Omega + 0,75\,\Omega = 2\,\Omega. \quad (\textbf{2 поена}) \tag{20}$$

Гранката со отпор R_{123} е паралелно сврзана со R_4, па вкупниот отпор на колото е:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_{123}} + \frac{1}{R_4}, \quad (\textbf{2 поена}) \tag{21}$$

$$R = \frac{R_{123} R_4}{R_{123} + R_4} = \frac{2\,\Omega \cdot 7\,\Omega}{2\,\Omega + 7\,\Omega} = \frac{14}{9}\,\Omega. \quad (\textbf{3 поени}) \tag{22}$$

Согласно Омовиот закон, струјата низ колото изнесува:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = 1,8\,\mathrm{A}. \quad (\textbf{5 поени}) \tag{23}$$

Забелешка: За секоја погрешно пресметана нумеричка вредност се одземаат два поена, а за незапишување на мерната единица во крајниот резултат се одзема еден поен.

Задача 4. Топче со маса $m = 140\,\mathrm{g}$, коешто е наелектризирано со $4,1 \cdot 10^8$ вишок електрони, се пушта слободно да паѓа во вертикално окно длабоко $h = 110\,\mathrm{m}$. На дното на окното, топчето влегува во хомогено хоризонтално магнетно поле со индукција $B = 0,3\,\mathrm{T}$.
а) Да се определи јачината на силата со којашто магнетното поле дејствува врз топчето.
б) Да се пресмета радиусот на закривеност на траекторијата на топчето.
Да се занемари отпорот на воздухот. Елементарниот електричен полнеж изнесува $e = 1,6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$. Земјиното забрзување е еднакво на $g = 9,81\ \mathrm{m/s^2}$.

Решение:

а) Од релациите за брзината и изминатиот пат при слободно паѓање (или од Законот за запазување на енергија), за брзината на топчето при влезот во магнетното поле се добива:

$$v = \sqrt{2gh}. \quad (\textbf{3 поени}) \tag{24}$$

Полнежот на топчето е:

$$q = Ne, \quad (\textbf{3 поени}) \tag{25}$$

каде што $N = 4,1 \cdot 10^8$ е бројот на електрони.
Бидејќи брзината, зафаќа агол од 90° со магнетното поле, за силата се добива:

$$F = qvB = Ne\sqrt{2gh}B. \quad (\textbf{4 поени}) \tag{26}$$

$$F \approx 9,1\ \cdot 10^{-10}\,\mathrm{N}. \quad (\textbf{3 поени}) \tag{27}$$

б) Радиусот на закривеност на кружната траекторија е:

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{m\sqrt{2gh}}{NeB}. \quad (\textbf{4 поени}) \tag{28}$$

$$r \approx 3,3 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m}. \quad (\textbf{3 поени}) \tag{29}$$

Забелешка: За секоја погрешно пресметана нумеричка вредност се одземаат два поена, а за незапишување на мерната единица во крајниот резултат се одзема еден поен.

Задача 5. Од тенок бакарен проводник со маса $m = 1\,\text{g}$ е направен квадрат. Квадратот е поставен во хомогено магнетно поле со индукција $B = 0,1\,\text{T}$, при што линиите на магнетното поле се нормални на рамнината на квадратот. Колкав полнеж ќе протече низ проводникот ако, повлекувајќи две спротивни темиња, квадратот се развлече во права линија? Густината на бакарот изнесува $\rho_m = 8900\,\text{kg/m}^3$, а специфичниот отпор е $\rho = 1,7\cdot 10^{-8}\,\Omega\text{m}$.

Решение:

Кога квадратната контура се развлекува во права линија, нејзината површина се менува од

$$A_1 = l^2, \qquad (\textbf{1 поен}) \tag{30}$$

на

$$A_2 = 0. \qquad (\textbf{1 поен}) \tag{31}$$

Промената на магнетниот флукс низ контурата е:

$$\Delta\Phi = B\Delta A = Bl^2. \qquad (\textbf{2 поена}) \tag{32}$$

Според законот за електромагнетна индукција, индуцираната електромоторна сила е

$$\varepsilon = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{Bl^2}{\Delta t}. \qquad (\textbf{2 поена}) \tag{33}$$

Од друга страна, средната јачина на струјата, којашто ќе протече низ спроводникот, е еднаква на

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{\varepsilon}{R}. \qquad (\textbf{2 поена}) \tag{34}$$

Со комбинирање на равенките (33) и (34), се добива

$$\Delta q = \frac{Bl^2}{R}. \qquad (\textbf{2 поена}) \tag{35}$$

Отпорот на квадратната рамка може да се пресмета како:

$$R = \rho\frac{4l}{S}, \qquad (\textbf{2 поена}) \tag{36}$$

каде S е плоштината на напречниот пресек на жицата. Од масата на проводникот, можеме да го изразиме напречниот пресек на проводникот:

$$m = \rho_m \cdot V = \rho_m \cdot S \cdot 4l. \qquad (\textbf{2 поена}) \tag{37}$$

$$S = \frac{m}{4\rho_m l}. \qquad (\textbf{2 поена}) \tag{38}$$

Со замена на релациите (38) и (36) во Равенка (35) за Δq добиваме:

$$\Delta q = \frac{Bm}{16\rho\rho_m}. \qquad (\textbf{2 поена}) \tag{39}$$

$$\Delta q = \frac{0,1\ \text{T}\cdot 10^{-3}\ \text{kg}}{16\cdot 1,7\cdot 10^{-8}\ \Omega\text{m}\cdot 8900\ \text{kg/m}^3} \approx 4,1\cdot 10^{-2}\,\text{C}. \qquad (\textbf{2 поена}) \tag{40}$$

Забелешка: За секоја погрешно пресметана нумеричка вредност се одземаат два поена, а за незапишување на мерната единица во крајниот резултат се одзема еден поен.