68. ДРЖАВЕН НАТПРЕВАР ПО ФИЗИКА

25 април 2026

III година

(решенија на задачите)

Задача 1. ITER е експериментален термонуклеарен реактор, чија цел е да покаже дека нуклеарната фузија може да произведува чиста енергија. Во термонуклеарниот реактор ITER, како гориво се користи реакцијата на фузија на деутериум и трициум:

$$^2\text{H} + ^3\text{H} \rightarrow ^4\text{He} + n + E.$$

Во реакторот со волумен $V = 840\ \text{m}^3$, се случуваат $N = 2,11 \cdot 10^{17}$ реакции на фузија секоја секунда на единица волумен.

а) Колкава енергија E се ослободува при една реакција?

б) Да се определи моќноста (изразена во W) на реакторот.

Масите на честичките се: $m_p = 938,27\ \text{MeV}/c^2$, $m_n = 939,57\ \text{MeV}/c^2$, $m(^2\text{H}) \approx 1875,6\ \text{MeV}/c^2$, $m(^3\text{H}) \approx 2808,9\ \text{MeV}/c^2$, $m(^4\text{He}) \approx 3727,4\ \text{MeV}/c^2$. Елементарниот електричен полнеж е еднаков на $1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

Решение:

а) Вкупната енергија што се ослободува се добива од масениот дефект:

$$m_{\text{реактанти}} = m(^2\text{H}) + m(^3\text{H}) \approx 1875,6\ \text{MeV}/c^2 + 2808,9\ \text{MeV}/c^2 = 4684,5\ \text{MeV}/c^2;$$

$$m_{\text{продукти}} = m(^4\text{He}) + m_n \approx 3727,4\ \text{MeV}/c^2 + 939,57\ \text{MeV}/c^2 = 4666,97\ \text{MeV}/c^2;$$

$$\Delta m = m_{\text{реактанти}} - m_{\text{продукти}} \approx 4684,5\ \text{MeV}/c^2 - 4666,97\ \text{MeV}/c^2 \approx 17,5\ \text{MeV}/c^2;$$

$$E = \Delta m c^2 \approx 17,5\ \text{MeV}.$$

б) За да се најде вкупната моќност, потребно е да се пресмета колкава енергија се произведува во 1 секунда:

$$E = 17,5 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = 2,8 \cdot 10^{-12}\ \text{J}.$$

Според условот, во реакторот се случуваат N реакции во единица секунда, на единица метар кубен, па во секоја секунда се ослободува вкупна енергија:

$$E_{\text{вк}} = N \cdot E \cdot V = 2,11 \cdot 10^{17}\ \text{m}^{-3}\text{s}^{-1} \cdot 2,8 \cdot 10^{-12}\ \text{J} \cdot 840\ \text{m}^3 \approx 500 \cdot 10^6\ \text{J/s}.$$

$$P = 500\ \text{MW}.$$

Забелешка: Делот **а)** носи 11 поени. За определување на масите на реактантите и продуктите се доделуваат по 3 поени, додека, пак, преостанатите 5 поени се доделуваат за правилно пресметување на ослободената енергија. Делот **б)** се наградува со 9 поени. За точно претворање на енергијата од MeV во J, се доделуваат 5 поени, а за пресметување на вкупната ослободена енергија во 1 секунда (моќноста) се доделуваат 4 поени. За секој погрешен нумерички резултат се одземаат 2 поена. За незапишување на единицата во која се изразува крајниот резултат се одзема по 1 поен.

Задача 2. Позитрониум е "егзотичен" атом, којшто е составен од електрон и позитрон (античестичка на електронот), коишто орбитираат еден околу друг, слично како електронот околу протонот во водородниот атом. Позитронот има еднаква маса и ист по апсолутна вредност полнеж како и електронот, но е позитивно наелектризиран.
Користејќи го Боровиот модел на атомот, да се пресмета:
а) Енергијата на основното и првите две возбудени нивоа на ваквиот атом;
б) Да се нацрта енергетски дијаграм, во којшто ќе се подредат енергиите на првите три нивоа ($n = 1, n = 2, n = 3$) на позитрониумот и да се означат премините помеѓу соодветните нивоа каде што се емитира фотон, како и вредностите на брановите должини на соодветните премини.
Енергијата на n-тото ниво, според Боровиот модел, е дадена со $E_n = -\dfrac{\mu k^2 e^4}{2\hbar^2 n^2}$, каде $\mu = \dfrac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ е редуцираната маса на системот од двете честички во атомот.
Масата и полнежот на електронот се соодветно: $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31}$ kg и $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C. Редуцираната Планкова константа е $\hbar = 1,055 \cdot 10^{-34}$ J·s, Кулоновата константа изнесува $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8,988 \cdot 10^9$ N·m²/C². Производот на Планковата константа и брзината на светлината е $hc = 1240$ eV·nm.

Решение:

а) Позитрониумот е составен од електрон и позитрон, коишто имаат еднакви маси $m_1 = m_2 = m_e$, па така редуцираната маса може да се пресмета преку:

$$\mu = \frac{m_e \cdot m_e}{m_e + m_e} = \frac{m_e}{2}. \tag{1}$$

Оваа редуцирана маса може да се замени во соодветната формула за енергетското ниво n во Боровиот модел на атомот:

$$E_n = -\frac{\mu k^2 e^4}{2\hbar^2 n^2}, \tag{2}$$

при што, заменувајќи ги константите, се добива општата формула:

$$E_n = -\frac{6,8 \text{ eV}}{n^2}.$$

За нивоата $n = 1, 2, 3$ се добива:

$$\begin{aligned} E_1 &= -\frac{6,8 \text{ eV}}{1^2} = -6,8 \text{ eV}; \\ E_2 &= -\frac{6,8 \text{ eV}}{2^2} = -1,7 \text{ eV}; \\ E_3 &= -\frac{6,8 \text{ eV}}{3^2} = -0,756 \text{ eV}. \end{aligned}$$

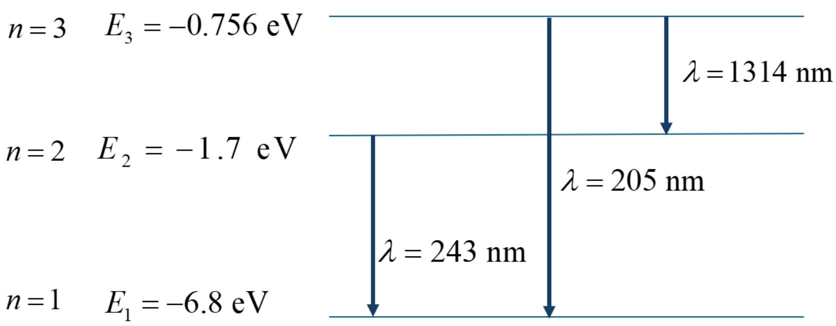
б) Енергијата ослободена при премините од повисоко на пониско енергетско ниво, со квантни броеви m и n, соодветно, е еднаква на разликата на енергиите на соодветните нивоа:

$$\Delta E = E_m - E_n, \tag{3}$$

додека, пак, емитираната бранова должина е $\lambda = \dfrac{hc}{\Delta E}$. Така, за сите можни премини помеѓу првите три нивоа, брановите должини се пресметуваат преку:

$$
\begin{aligned}
2 \to 1: \quad & \Delta E = E_2 - E_1 = -1,7\text{ eV} - (-6,8\text{ eV}) = 5,1\text{ eV};\\
& \lambda = \frac{1240}{5,1}\text{ nm} \approx 243\text{ nm}.\\[2ex]
3 \to 1: \quad & \Delta E = E_3 - E_1 = -0,756\text{ eV} - (-6,8\text{ eV}) \approx 6,044\text{ eV};\\
& \lambda = \frac{1240}{6,044}\text{ nm} \approx 205\text{ nm}.\\[2ex]
3 \to 2: \quad & \Delta E = E_3 - E_2 = -0,756\text{ eV} - (-1,7\text{ eV}) \approx 0,944\text{ eV};\\
& \lambda = \frac{1240}{0,944}\text{ nm} \approx 1314\text{ nm}.
\end{aligned}
$$

Соодветниот енергетски дијаграм со дозволените премини е:

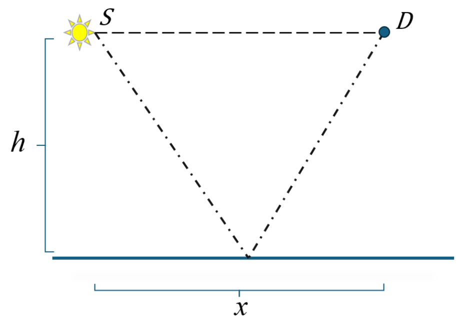


Забелешка: Делот **а)** се наградува со 12 поени, додека, пак делот **б)** се наградува со 8 поени. Во делот **а)**, за точно пресметана вредност на редуцираната маса, се доделуваат 4 поени. За изведувањето на општата формула за n-тото енергетско ниво, се доделуваат 2 поена, а за пресметување на точните вредности за енергетските нивоа се доделуваат по 2 поена, односно вкупно 6 поени. Во делот **б)**, за запишување на формулата за промена на енергија при премин се доделуваат 2 поена, а за пресметување на брановите должини се доделува по 1 поен. Правилното цртање на енергетскиот дијаграм се наградува со преостанатите 3 поени.

Задача 3. Извор S на монохроматска светлина со бранова должина λ и детектор D се наоѓаат во вакуум на висина h над хоризонтална стаклена плоча и се оддалечени меѓусебно на хоризонтално растојание x. Брановите, што стигнуваат до детекторот D директно од изворот S, интерферираат со брановите, коишто прво се одбиваат од стаклото, а потоа стигнуваат до детекторот.
а) Која релација треба да ја задоволуваат растојанијата x и h за да се набљудува конструктивна/деструктивна интерференција?
б) Нека $h = 24$ cm и $x = 14$ cm. Која е најголемата бранова должина за којашто ќе се појави конструктивна интерференција?

Решение:

а) За да ги одредиме условите за интерференција, ја пресметуваме патната разлика меѓу директниот и рефлектираниот зрак:



Патот на зракот, којшто оди директно од изворот до детекторот, е еднаков на:

$$L_1 = x.$$

Рефлектираниот зрак патува од изворот до стаклото и до детекторот. Користејќи го условот за рефлексија од рамна површина, растојанието од предметот (изворот) до стаклото и растојанието од стаклото до детекторот D се еднакви. Според геометријата на задачата, се добива:

$$L_2 = 2\sqrt{\left(\frac{x}{2}\right)^2 + h^2} = \sqrt{x^2 + 4h^2}.$$

При рефлексија од оптички погуста средина (стакло), бранот претрпува фазно поместување, така што добива дополнителна патна разлика од $\lambda/2$. Вкупната оптичка патна разлика е:

$$\Delta L = (L_2 - L_1) + \frac{\lambda}{2} = \sqrt{x^2 + 4h^2} - x + \frac{\lambda}{2}.$$

Условот за конструктивна интерференција гласи:

$$(L_2 - L_1) + \frac{\lambda}{2} = (m+1)\lambda;$$
$$\sqrt{x^2 + 4h^2} - x + \frac{\lambda}{2} = (m+1)\lambda;$$
$$\sqrt{x^2 + 4h^2} - x = \left(m + \frac{1}{2}\right), \quad m = 0, 1, 2, \ldots\lambda. \tag{1}$$

Условот за деструктивна интерференција гласи:

$$\sqrt{x^2 + 4h^2} - x + \frac{\lambda}{2} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda;$$
$$\sqrt{x^2 + 4h^2} - x = m\lambda;, \quad m = 0, 1, 2, \ldots \tag{2}$$

б) За да ја најдеме најголемата бранова должина ($\lambda_{\max}$) за конструктивна интерференција, го користиме изведениот услов (1) за најмалиот можен цел број $m = 0$. Заменувајќи ги вредностите за x и h, добиваме:

$$\sqrt{x^2 + 4h^2} - x = 36 \text{ cm}.$$

Конечно, заменувајќи во условот за конструктивна интерферецијa, се добива:

$$\sqrt{x^2 + 4h^2} - x = \left(0 + \frac{1}{2}\right)\lambda_{\max},$$

$$\lambda_{\max} = 72 \text{ cm}.$$

Забелешка: Делот **а)** носи 15 поени, додека, пак, делот **б)** носи 5 поени. За точно изведување на геометриските патишта L_1 и L_2 се доделуваат по 4 поени. За точно запишување на фазната разлика за интерференција при рефлексија се доделуваат 4 поени. За точно запишување на финалните изрази во делот **а)** се доделуваат 3 поени. Во делот **б)**, за точна пресметка на патната разлика се доделуваат 3 поени, а за финалниот резултат за брановата должина се доделуваат преостанатите 2 поена. Ако ученикот ја реши целата задача, без да ја земе предвид дополнителната патна разлика поради рефлексијата, се доделуваат максимални 14 поени.

Задача 4. Мила има задача да анализира непознат извор на светлина во лабораторијата по оптика, со помош на поларизација. Таа го мери интензитетот на светлината при што го менува аголот на анализаторот, θ, од 0 до 180° и забележува дека при ниту една вредност на аголот, интензитетот на светлината не исчезнува целосно. Како добар физичар, таа точно заклучува дека светлината се состои од дел линеарно поларизирана, како и дел неполаризирана светлина. Извршените мерења на вкупниот интензитет, кој е збир на интензитетите на поларизираната и неполаризираната светлина, Мила ги запишува во следната табела:

Агол θ ($^\circ$)	25	55	85	115	145	175
Интензитет I (W)	7,2	4,5	3	3,9	6,3	7,9

Анализаторот е калибриран така што за агол $\theta = 0^\circ$, се добива максимален интензитет. Користејќи ги податоците од табелата, да се определат поединечните интензитети на упадната неполаризирана и упадната поларизирана светлина .

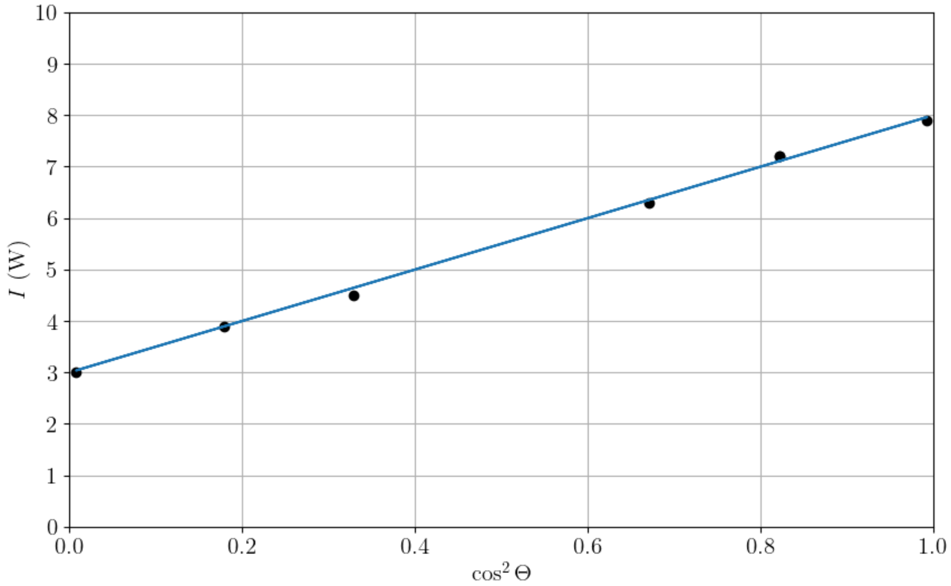
Решение:

Вкупниот интензитет, според условот на задачата, е збир од интензитетот на поларизираната и неполаризираната светлина. Зависноста на интензитетот на поларизираната светлина од аголот на анализаторот го следи Малусовиот закон. Интензитетот на неполаризираната светлина, пак, поминувајќи само низ анализаторот, ја преполовува вредноста. Оттука, може да се запише:

$$I(\theta) = \frac{I_0}{2} + I_1 \cos^2 \theta. \tag{1}$$

За точно определување на вредностите на упадните интензитети, равенката (1) може да се претстави како линеарна функција од $\cos^2 \theta$, така што наклонот на правата е интензитетот на поларизираната светлина, додека интензитетот на неполаризираната светлина е пресекот на правата со $y-$оската.

$\cos^2 \theta$	0,821	0,329	0,008	0,179	0,671	0,992
Интензитет I (W)	7,2	4,5	3	3,9	6,3	7,9



Со пресметка на коефициентот на правата повлечена низ точките на графикот, за коефициентот на правата се добива:

$$k = \frac{7{,}9\ \mathrm{W} - 3\ \mathrm{W}}{1-0} = 4{,}9\ \mathrm{W};$$

$$I_1 = \ 4{,}9\ \mathrm{W};$$

додека за пресекот, односно за интензитетот на неполаризираната светлина се добива:

$$\frac{I_0}{2} = 3\ \mathrm{W};$$

$$I_0 = 6\ \mathrm{W}.$$

Забелешка: За точно запишување на равенката за вкупниот интензитет на светлината се доделуваат 6 поени. За точно цртање на линеарниот график, се доделуваат 10 поени, додека за одредување на равенката на правата, односно поединечните интензитети се доделуваат по 2 поена. Доколку задачата се реши точно користејќи равенка на права низ две точки, се доделуваат сите поени. За точни вредности се прифаќаат вредности во интервалот $\pm 0{,}3$ од вредностите добиени во клучот.

Задача 5. Соларна печка користи големо вдлабнато сферно огледало за да ја концентрира Сончевата светлина и да постигне високи температури за топење метали. Огледалото има радиус на закривеност $R = 4$ m и дијаметар на огледалната површина еднаков на $D = 3$ m. Дијаметарот на Сонцето, гледан од Земјата, зафаќа агол $\alpha = 0{,}53°$.
Бидејќи Сонцето не е точкест извор, туку зафаќа конечен агол, неговиот лик во фокалната рамнина претставува мал круг наместо точка.
а) Да се определи дијаметарот d на ликот на Сонцето, формиран од огледалото.
Вкупниот интензитет на Сончевото зрачење на Земјината површина изнесува $I_0 = 1000$ W/m^2.
б) Да се определи рамнотежната температура T на тело во форма на тенок диск, коешто е поставено во фокалната рамнина на вдлабнатото огледало, ако тоа зрачи од двете основи. Основата на дискот има иста површина како и ликот на Сонцето формиран од огледалото.
Сонцето лежи на оптичката оска на огледалото и се наоѓа на многу големо растојание од Земјата. Телото може да се разгледува како апсолутно црно тело. За мали агли α важи $\sin\alpha \approx \operatorname{tg}\alpha \approx \alpha$. Штефан–Болцмановата константа изнесува $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}}$.

Решение:

а) Бидејќи Сонцето е практично бесконечно далеку, неговиот лик се формира во фокусот на огледалото. Фокусното растојание е:

$$f = \frac{R}{2} = 2\ \mathrm{m}.$$

Сончевата светлина пристигнува како сноп со аголно проширување α. Дијаметарот на ликот на Сонцето во фокалната рамнина е:

$$\frac{d}{2f} = \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} \implies d = 2f \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right).$$

Бидејќи аголот е мал ($\alpha = 0{,}53° = 9{,}25 \cdot 10^{-3}$ rad), важи $\operatorname{tg}(\alpha/2) \approx \alpha/2$, па:

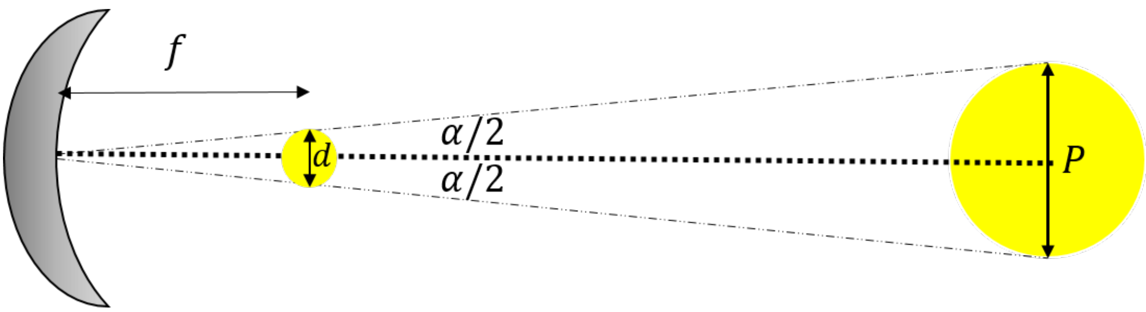
$$d \approx f \cdot \alpha = 2 \cdot 9{,}25 \cdot 10^{-3} \approx 1{,}85 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m} = 18{,}5\ \mathrm{mm}.$$

До истиот одговор можевме да стигнеме и доколку Сонцето го разгледавме како предмет со големина P, којшто се наоѓа на големо растојание p од огледалото. Во тој случај, за односот важи

$$\frac{P}{p} = \frac{L}{l} = \operatorname{tg}\alpha,$$

па, бидејќи $l = f$, лесно заклучуваме дека големината на ликот, L, која всушност го претставува дијаметарот на ликот на Сонцето, d, е еднаква на

$$L \equiv d = f \operatorname{tg}\alpha \approx f\alpha = 18{,}5\ \mathrm{mm}.$$



б) Собирната површина на огледалото е:

$$A_{\text{ог}} = \pi \left(\frac{D}{2} \right)^2 = \pi \cdot (1{,}50\ \text{m})^2 = 7{,}07\ \text{m}^2.$$

Моќноста собрана од огледалото, пак, изнесува:

$$P = I_0 \cdot A_{\text{ог}} = 1000\ \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot 7{,}07\ \text{m}^2 = 7070\ \text{W}.$$

Од друга страна, пак, површината на ликот, којшто има еднаква големина како и основата на цилиндричното тело, е еднаква на:

$$A_{\text{лик}} = \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2 = \pi \cdot (9{,}25 \cdot 10^{-3}\ \text{m})^2 = 2{,}69 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2.$$

Во топлинска рамнотежа, телото ја апсорбира целата упадна моќност и ја зрачи од двете страни. Условот за рамнотежа е:

$$P = \sigma T^4 \cdot 2A_{\text{лик}}.$$

Оттука, за температурата се добива:

$$T = \left(\frac{P}{2\sigma A_{\text{лик}}} \right)^{1/4} = \left(\frac{I_0 A_{\text{ог}}}{2\sigma A_{\text{лик}}} \right)^{1/4} = \left(\frac{I_0 D^2}{2\sigma d^2} \right)^{1/4} \approx 3900\ \text{K}.$$

Забелешка: Делот **а)** носи 7 поени, додека, пак, делот **б)** се наградува со 13 поени. Во делот **а)**, за точно пресметување на фокусното растојание се доделуваат 2 поена. За изведување и пресметување на дијаметарот на ликот на Сонцето се доделуваат 5 поени. Во делот **б)**, за точно изразување на собраната моќност се доделуваат 5 поени. За правилно поставување на условот за топлинска рамнотежа се доделуваат 5 поени, а за точна пресметка на рамнотежната температура се доделуваат останатите 3 поени. За незапишување на единицата во која се изразува крајниот резултат се одзема по 1 поен.