ОПШТИНСКИ НАТПРЕВАР ПО ФИЗИКА

6 февруари 2026

IV година

(решенија на задачите)

Задача 1. Во однос на некој инерцијален референтен систем S, две идентични ракети се движат една кон друга, долж ист правец, со еднакви брзини $v = c/2$. Ако во однос на референтниот систем S и двете ракети имаат должина L, да се најде должината на едната ракета во однос на референтен систем поврзан со другата ракета.

Решение:

Должината на ракетите во однос на системот S и нивната сопствена должина L_0 се поврзани со релацијата

$$L = L_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \qquad \textbf{(7 поени)}$$

од каде што се добива сопствената должина на секоја од ракетите:

$$L_0 = \frac{L}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{2L}{\sqrt{3}}. \qquad \textbf{(3 поени)}$$

Ако земеме дека ракетите се движат долж $x-$оската на системот S, тогаш, во однос на овој систем, проекцијата на брзината на едната ракета на $x-$оската е $v_1 = \frac{c}{2}$, а на другата $v_2 = -\frac{c}{2}$. Оттука, за брзината на едната ракета во однос референтниот систем на другата ракета се добива

$$u = \frac{v_1 - v_2}{1 - \frac{v_1 v_2}{c^2}} = \frac{4}{5}c. \qquad \textbf{(7 поени)}$$

Конечно, должината на едната ракета, во однос на референтниот систем поврзан со другата ракета, е дадена со

$$L' = L_0\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} = \frac{6}{5\sqrt{3}}L = \frac{2\sqrt{3}}{5}L. \qquad \textbf{(3 поени)}$$

Задача 2. Електрон се движи со константна брзина $v_1 = 0,5c$. Во даден момент, на електронот почнува да дејствува константна сила $F = 6,3 \cdot 10^{-23}$ N, чиишто правец и насока се совпаѓаат со правецот и насоката на движењето на електронот.
а) Колкава била де Бројиевата должина на електронот кога се движел со константна брзина v_1?
б) Ако силата дејствувала на електронот во временски интервал од $\Delta t = 5$ s, да се најде конечната брзина на електронот.
Масата на мирување на електронот е $m = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg, брзината на светлината во вакуум $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, додека, пак, Планковата константа е еднаква на $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ J $\cdot$ s.

Решение:

а) Импулсот на електронот, кога тој се движел со брзина v_1, е еднаков на

$$p_1 = \frac{mv_1}{\sqrt{1-\frac{v_1^2}{c^2}}} = 1,58 \cdot 10^{-22}\ \mathrm{kg \cdot m/s}, \qquad \textbf{(4 поени)}$$

од каде што може да се одреди соодветната де Бројиева бранова должина:

$$\lambda = \frac{h}{p_1} = 4,2 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{m}. \qquad \textbf{(4 поени)}$$

б) Нека со p_2 го означиме импулсот на електронот по престанокот на дејството на силата. Тогаш, промената на импулсот на електронот е дадена со

$$\Delta p = p_2 - p_1.$$

Од друга страна, според Вториот Њутнов закон, може да се запише:

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = F, \qquad \textbf{(4 поени)}$$

од каде што за импулсот p_2 се добива:

$$p_2 = p_1 + F\Delta t = 4,72\ \cdot 10^{-22}\ \mathrm{kg \cdot m/s}. \qquad \textbf{(3 поени)}$$

Имајќи предвид дека импулсот p_2 и конечната брзина на електронот, v_2, се поврзани со релацијата

$$p_2 = \frac{mv_2}{\sqrt{1-\dfrac{v_2^2}{c^2}}}, \qquad \textbf{(1 поен)}$$

од оваа равенка за брзината v_2 се добива

$$v_2 = \frac{c}{\sqrt{1+\dfrac{m^2c^2}{p_2^2}}} = 0,866c = 2,6 \cdot 10^8\ \mathrm{m/s}. \qquad \textbf{(4 поени)}$$

Забелешка: За погрешно пресметана нумеричка вредност се одземаат 2 поена, а за незапишување на мерната единица во крајниот резултат се одзема 1 поен.

Задача 3. Под определени услови, ѕвездите можат да ја променат својата големина, така што нивниот радиус се намалува многупати и преминуваат во неутронски ѕвезди. Нека радиусот на една таква ѕвезда е $R_1 = 7 \cdot 10^5$ km и нека таа ротира околу сопствената оска со период $T_0 = 30$ дена. Со колкав период ќе ротира ѕвездата, доколку таа премине во неутронска ѕвезда со радиус $R_2 = 16$ km? Ѕвездата во двата случаја може да се разгледува како хомогена топка. Моментот на инерција на хомогена топка со маса m и радиус R, во однос на оска којашто минува низ центарот на топката, е даден со $I = 2mR^2/5$.

Решение:

Според законот за запазување на моментот на импулс, можеме да запишеме

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2. \qquad \textbf{(8 поени)}$$

Користејќи дека аголната брзина и периодот се поврзани со релацијата

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \qquad \textbf{(2 поена)}$$

со заменување на релациите за моментот на инерција и за аголната брзина, добиваме

$$\frac{2mR_1^2}{5}\frac{2\pi}{T_1} = \frac{2mR_2^2}{5}\frac{2\pi}{T_2}, \qquad \textbf{(6 поени)}$$

па затоа

$$T_2 = T_1\frac{R_2^2}{R_1^2} = 1{,}35 \cdot 10^{-3} \text{ s}. \qquad \textbf{(4 поени)}$$

Забелешка: За погрешно пресметана нумеричка вредност се одземаат 2 поена, а за незапишување на мерната единица во крајниот резултат се одзема 1 поен.

Задача 4. Едно тело ротира со аголна брзина $\omega_0 = 2$ rad/s околу неподвижна оска. Во еден момент, телото почнува да ротира забрзано, при што одредено време ротира со константно аголно забрзување α_1, а потоа одредено време забавува со константно аголно забрзување, чијшто модул е $\alpha_2 = 3$ rad/s^2. Потоа, телото повторно ротира со константна аголна брзина ω_0. Вкупното време за коешто телото ја менува аголната брзина е $\tau = 2$ s и за ова време телото направило едно цело завртување. Да се определи аголното забрзување α_1.

Решение:

Во временскиот интервал од $t = 0$ до $t = t_1$ телото ротира со константно аголно забрзување α_1 и почетна аголна брзина ω_0. Според кинематичките равенки за ротационо движење, аголната брзина во време t_1 ќе биде еднаква на

$$\omega_1 = \omega_0 + \alpha_1 t_1, \qquad \textbf{(2 поена)}$$

додека аголното поместување φ_1 ќе биде

$$\varphi_1 = \omega_0 t_1 + \frac{\alpha_1 t_1^2}{2}. \qquad \textbf{(2 поена)}$$

Потоа, за време t_2, телото ротира со константно аголно забрзување $-\alpha_2$. Аголната брзина во моментот $t_1 + t_2 = \tau$ ќе биде

$$\omega_0 = \omega_1 - \alpha_2 t_2 = \omega_0 + \alpha_1 t_1 - \alpha_2 t_2 \qquad \textbf{(2 поена)}$$

и според тоа

$$\alpha_1 = \alpha_2 \frac{t_2}{t_1}. \qquad \textbf{(2 поена)}$$

Од моментот $t = t_1$ до моментот $t = t_1 + t_2$, за време t_2, телото заротирало за агол

$$\varphi_2 = \omega_1 t_2 - \frac{\alpha_2 t_2^2}{2} = (\omega_0 + \alpha_1 t_1) t_2 - \frac{\alpha_2 t_2^2}{2}. \qquad \textbf{(2 поена)}$$

Од условот на задачата, телото за време τ прави едно цело завртување, па вкупното аголно поместување на телото за тоа време е 2π. Оттука:

$$2\pi = \varphi_1 + \varphi_2 = \omega_0 t_1 + \frac{\alpha_1 t_1^2}{2} + (\omega_0 + \alpha_1 t_1) t_2 - \frac{\alpha_2 t_2^2}{2}. \qquad \textbf{(2 поена)}$$

Користејќи ја добиената релација за аголното забрзување α_1, изразено преку α_2 и земајќи предвид дека $t_1 = \tau - t_2$, последната релација се запишува како

$$2\pi = \omega_0 \tau + \frac{\alpha_2 t_2 \tau}{2}, \qquad \textbf{(2 поена)}$$

од каде што за времето t_2 се добива

$$t_2 = 2\frac{2\pi - \omega_0 \tau}{\alpha_2 \tau}, \qquad \textbf{(2 поена)}$$

а за времето t_1:

$$t_1 = \tau - t_2 = \frac{\alpha_2 \tau^2 - 4\pi + 2\omega_0 \tau}{\alpha_2 \tau}. \qquad \textbf{(2 поена)}$$

Оттука, за аголното забрзување се добива

$$\alpha_1 = \alpha_2 \frac{t_2}{t_1} = 2\frac{2\pi - \omega_0 \tau}{\alpha_2 \tau^2 - 4\pi + 2\omega_0 \tau} \alpha_2 = 1,84 \text{ rad/s}^2. \qquad \textbf{(2 поена)}$$

Забелешка: За погрешно пресметана нумеричка вредност се одземаат 2 поена, а за незапишување на мерната единица во крајниот резултат се одзема 1 поен.

Задача 5. Со примена на Хајзенберговата релација на неопределеност, да се процени минималната енергија којашто може да ја има релативистички електрон, којшто е ограничен да се движи во област со ширина $a = 10^{-15}$ m (од ред на димензиите на јадрата). Користејќи го добиениот резултат, да се искоментира дали електронот може да биде дел од јадрото, ако е познато дека максималната енергија на врзување на честичките во јадрото е помала од 10 MeV. Масата на мирување на електронот е еднаква на $m = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg (односно, $m = 0,511$ MeV$/c^2$) , брзината на светлината во вакуум $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, елементарниот електричен полнеж $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, а Планковата константа е еднаква на $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ J $\cdot$ s.

Решение:

Неопределеноста на координатата и неопределеноста на импулсот, согласно Хајзенберговиот принцип на неопределеност, се поврзани со релацијата:

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar = \frac{h}{2\pi}. \qquad \textbf{(5 поени)}$$

Доколку за неопределеностите на координатата и импулсот се земе дека се од ред на големината на самите величини, т.е.

$$\Delta x \approx a, \qquad \Delta p \approx p, \qquad \textbf{(2 поена)}$$

од релацијата на Хајзенберг, за импулсот се добива

$$p \geq \frac{h}{2\pi a} \approx 200 \text{ MeV}/c. \qquad \textbf{(2 поена)}$$

Забележуваме дека импулсот на ваквиот електрон е многу голем во споредба со неговата маса на мирување ($pc \gg mc^2$). Таквите електрони ги нарекуваме ултрарелативистички електрони. При пресметување на нивната вкупна енергија, енергијата на мирување може да се занемари. Затоа, за енергијата на електронот се добива

$$E = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4} \geq \sqrt{\left(\frac{h}{2\pi a}\right)^2 c^2 + m^2c^4} \approx \frac{h}{2\pi a}c \approx 200 \text{ MeV}. \qquad \textbf{(7 поени)}$$

Бидејќи пресметаната енергија е многу поголема од максималната енергија на врзување (од ред на 10 MeV), може да се заклучи дека електронот не може да биде дел од јадрото **(4 поени)**. **Забелешка:** За погрешно пресметана нумеричка вредност се одземаат 2 поена, а за незапишување на мерната единица во крајниот резултат се одзема 1 поен. Доколку ученикот не ја примени ултрарелативистичката апроксимација, но добил точен резултат, **се доделуваат сите поени** за соодветниот дел од задачата.