



57. РЕГИОНАЛЕН НАТПРЕВАР ПО ФИЗИКА

5 април 2025

III година

(решенија на задачите)

Задача 1. На лабораториските вежби по атомска физика, студентите ја анализираат светлината, којашто се емитира при преминот на електронот во водородниот атом од состојба определена со главен квантен број $n = 3$ во состојба со $n = 2$, позната како H_α спектрална линија. Брановата должина на H_α - линијата изнесува $\lambda = 656 \text{ nm}$. За да се изолира само оваа спектрална линија, светлината од изворот прво поминува низ филтер, којшто ја пропушта само бараната бранова должина. Потоа, таа се фокусира со помош на леќи и преку оптичко влакно се насочува кон детектор со површина од 2 cm^2 . Во оваа експериментална поставка, филтерот и леќите за дадената бранова должина имаат трансмитивност (пропустливост) од 95% и 85%, соодветно, а оптичкото влакно има загуби од 8%.

а) Колкав дел од емитираната светлина паѓа на детекторот?

б) Доколку интензитетот на светлината емитирана од изворот изнесува $4 \cdot 10^{-9} \text{ W/cm}^2$, пресметајте ја вкупната моќност на светлината којашто пристигнува до детекторот.

в) Колку фотони упаѓаат во детекторот во 1 секунда?

Вредноста на Планковата константа е $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J/s}$. Брзината на светлината изнесува $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

Решение:

а) При минувањето низ различните делови од експерименталната поставка, зракот претрпува загуби. Нека со I_0 е означен интензитетот на емитираната светлина од изворот. Низ филтерот поминува 95% од таа светлина, или:

$$I_1 = 0,95I_0. \quad (1)$$

Од оваа светлина, низ леќите поминува определен дел:

$$I_2 = 0,85I_1 = 0,85 \cdot 0,95I_0. \quad (2)$$

Низ оптичкото влакно пак, поминуваат 92% од I_2 , или:

$$I = 0,92I_2 = 0,92 \cdot 0,95 \cdot 0,85I_0. \quad (3)$$

Од тука, на детекторот паѓа

$$\frac{I}{I_0} = 0,92 \cdot 0,95 \cdot 0,85 \approx 0,74 = 74\% \quad (4)$$

од емитираната светлина од изворот.

б) Користејќи ја претходната релација, може да се пресмета интензитетот на светлината којашто паѓа на детекторот:

$$I \approx 0,74 \cdot 4 \cdot 10^{-9} \text{ W/cm}^2 = 2,96 \cdot 10^{-9} \text{ W/cm}^2. \quad (5)$$

Вкупната моќност пак е производ од интензитетот којшто паѓа на детекторот и неговата плоштина:

$$P = I \cdot S \approx 2,96 \cdot 10^{-9} \text{ W/cm}^2 \cdot 2 \text{ cm}^2 \approx 5,92 \cdot 10^{-9} \text{ W}. \quad (6)$$

в) Бројот на фотони кои влегуваат во детекторот може да се пресмета користејќи ја енергијата на фотоните:

$$E = n \frac{hc}{\lambda}. \quad (7)$$

Вкупната моќност е поврзана со енергијата преку:

$$P = \frac{E}{t}, \quad (8)$$

па така бројот на фотони во детекторот се добива дека е:

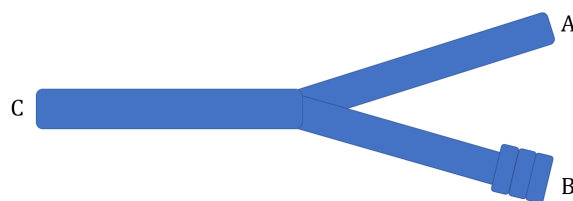
$$\begin{aligned} n &= \frac{E \cdot \lambda}{hc}, \\ n &= \frac{P \cdot t \cdot \lambda}{hc}, \\ n &= 1,95 \cdot 10^{10}. \end{aligned} \quad (9)$$

Забелешка: Делот **а)** носи 6 поени. За точно запишување на врските помеѓу последователните загуби на интензитетот, се доделуваат 4 поени, а за точно пресметување на вкупниот излезен интензитет се доделуваат 2 поена. Делот **б)** носи 4 поени. За точно запишување на формулата за моќност на единица површина се доделуваат 2 поена, а за точно определување на вредноста се доделуваат уште 2 поена. Делот **в)** се наградува со 10 поени. За запишување на формулата за енергијата на фотон и врската помеѓу енергијата и моќноста се доделуваат по 3 поени. За точно запишување на изразот за бројот на фотони се доделуваат 2 поена. За добивање на точната вредност се доделуваат уште 2 поена.

Задача 2. Изведен е експеримент за набљудување на интерференција на бранови создадени од два кохерентни извора А и В, коишто се поврзани со цевки во форма на буквата Y, како што е прикажано на Слика 1. Брановите се шират низ цевките при што стигнуваат до детекторот С којшто ја мери амплитудата на резултантниот бран. Со зголемување на разликата помеѓу должините на цевките А и В, којашто ќе ја обележиме со x , се забележуваат последователните максимуми и минимуми на амплитудата на резултантниот бран. Резултатите од мерењата се дадени во следната табела:

	минимум	максимум	минимум	максимум	минимум
$x(\text{mm})$	5	47	89	131	173

Ако се знае дека фреквенцијата на брановите е 4000 Hz, пресметајте ја брзината на брановите.



Слика 1

Решение:

Минимумите и максимумите на резултантниот бран се последица на интерференција помеѓу брановите од двата извора. Брановата должина на бранот може да се определи од условите за конструктивна интерференција. Тоа значи дека патната разлика во тој случај мора да биде еднаква на цела бранова должина. Патната разлика во случајов е разликата во должините помеѓу двете цевки. Затоа, растојанието помеѓу два последователни максимума (или сосема аналогно, растојанието помеѓу два последователни минимума) всушност ја претставува брановата должина:

$$\begin{aligned}\Delta x &= x_{\max,2} - x_{\max,1} = \lambda, \\ \Delta x &= x_{\max,2} - x_{\max,1} = 131 \text{ mm} - 47 \text{ mm}, \\ \lambda &= 84 \text{ mm}.\end{aligned}\tag{10}$$

Од тука, може да се најде брзината на бранот низ цевката:

$$v = f \cdot \lambda = 336 \text{ m/s}.\tag{11}$$

Забелешка: Доколку ученикот точно ја определи врската помеѓу издолжувањето на цевката и патната разлика се доделуваат 5 поени. За запишување на условот за конструктивна интерференција се доделуваат 10 поени. Доколку ученикот го искористи условот за деструктивна интерференција не се одземаат поени, се додека ја добие точната вредност за брановата должина. За запишување на равенката за брзината се доделуваат 3 поени, а за точната нумеричка вредност 2 поена.

Задача 3. Атомските единици сочинуваат посебен систем од мерни единици, којшто честопати се користи во атомската и нуклеарната физика, со цел да се избегнат големиот број константи, присутни во формулите од тие области. Во овој систем, константите како масата на електронот m_e , елементарниот електричен полнеж e , редуцираната Планкова константа $\hbar$ и Кулоновата константа $1/(4\pi\epsilon_0)$, соодветно, се изедначуваат на единица и се сметаат како бездимензионални, односно:

$$m_e = e = \hbar = 4\pi\epsilon_0 = 1. \quad (12)$$

Мерната единица за енергија во овој систем на атомски единици е 1 Eh - еден Хартри. Забележете дека согласно овој систем енергијата е бездимензионална величина. Сепак, до вредноста на енергијата често се запишува и единицата Хартри за енергијата да се разликува од другите бездимензионални величини и да се знае во кој систем на единици е изразена нејзината вредност.

а) Колку изнесува вредноста на Боровиот радиус во овој систем?

б) Користејќи го Боровиот модел на атомот за водородо-слични атоми, покажете дека енергијата на основното ниво на He^+ ($Z = 2$) изнесува -2 Eh .

в) Позната константа во атомската физика е константата на фина структура, којашто е бездимензионална величина дефинирана како

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} = \frac{1}{137}. \quad (13)$$

Да се одреди вредноста на брзината на светлината c во овој систем, ако се знае дека вредноста на константата на фина структура не се менува во различните системи. Боровиот радиус е одреден со формулата $a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{m_e e^2}$.

Решение:

а) Боровиот радиус се пресметува преку следнава формула: $a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{m_e e^2}$. Според дефиницијата во новиот систем мерни единици, сите константи коишто се јавуваат во оваа формула се еднакви на 1, така што и за Боровиот радиус се добива:

$$a_0 = 1. \quad (14)$$

б) Енергијата на n -тото ниво од Боровиот модел на атомот за атом со атомски број Z е дадена преку:

$$E_n = -\frac{Z^2 m_e e^4}{8\epsilon_0^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}. \quad (15)$$

Користејќи го претходниот резултат, енергијата може да се изрази и преку Боровиот радиус:

$$E_n = -\frac{Z^2 m_e e^4}{8\epsilon_0^2 \hbar^2 4\pi^2} \cdot \frac{1}{n^2} = -\frac{Z^2}{2n^2} \frac{e^2}{a_0 \cdot 4\pi\epsilon_0}. \quad (16)$$

Заменувајќи ги вредностите во атомски единици и земајќи $n = 1$, за основната состојба на He^+ , се добива:

$$E_1 = -\frac{Z^2}{2n^2} = -\frac{2^2}{2 \cdot 1^2} = -2 \text{ Eh}. \quad (17)$$

в) Во дефиницијата за константата на фина структура, се заменуваат вредностите во атомски единици:

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} = \frac{1}{c} = \alpha. \quad (18)$$

Заменувајќи ја вредноста за константата на фина структура, се добива и брзината на светлината во овој систем:

$$c = \frac{1}{\alpha} = 137. \quad (19)$$

Забелешка: Делот **а)** носи 5 поени. Делот **б)** носи 10 поени. За запишување на изразот на енергијата од Боровиот модел се доделуваат 2 поена, а за замената на вредностите од атомските единици се доделуваат уште 5 поени. За точното определување на енергијата во атомски единици се доделуваат 3 поени. Делот **в)** носи 5 поени.

Задача 4. Спектарот на емитираното зрачење на едно апсолутно црно тело има максимум при бранова должина $\lambda = 1 \mu\text{m}$. Доколку температурата на телото се зголеми, неговата емисивност (вкупната емисиона моќ) се зголемува четири пати. Колкава е новата температура на телото? На која бранова должина, зрачењето на ова тело има максимум при новата температура? Виновата константа изнесува $b = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$.

Решение:

За апсолутно црно тело, брановата должина на која што телото има максимум на зрачењето е одредена согласно Виновиот закон:

$$\lambda_{\max} T = b, \quad (20)$$

каде b е Виновата константа. Со дадената вредност $\lambda_{\max} = 1 \mu\text{m} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}$, може да се пресмета почетната температура на телото T_1 :

$$T_1 = \frac{b}{\lambda_{\max,1}} = \frac{2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{1 \cdot 10^{-6} \text{ m}} = 2898 \text{ K}. \quad (21)$$

Според Штефан-Болцмановиот закон, емисивноста E на апсолутно црно тело е пропорционална на четвртиот степен од температурата T :

$$E = \sigma T^4. \quad (22)$$

Ако емисивноста се зголеми 4 пати:

$$\frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^4 = 4, \quad (23)$$

за односот на крајната и почетната температура на телото се добива:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt[4]{4} \approx 1,41, \quad (24)$$

па затоа

$$T_2 \approx 1,41 \cdot 2898 \text{ K} \approx 4086 \text{ K}. \quad (25)$$

Конечно, ако уште еднаш го примениме Виновиот закон, добиваме:

$$\lambda_{\max,2} = \frac{b}{T_2} \approx \frac{2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{4086 \text{ K}} \approx 0,709 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 0,709 \mu\text{m}. \quad (26)$$

Забелешка: За запишување на Виновиот закон се доделуваат 3 поени. За одредување на почетната температура се доделуваат 3 поени. За точно запишување на Штефан-Болцмановиот закон се доделуваат 5 поени, а за добивањето на изразот за односот на температурите се доделуваат 2 поена. За пресметување на втората температура се доделуваат 4 поени, а за пресметување на брановата должина се доделуваат 3 поени. За секоја погрешна нумеричка вредност се одземаат по два поена, а за незапишување на единицата во која се изразуваат конечните резултати се одзема по еден поен.

Задача 5. Предмет е поставен на далечина d од екран. Понеѓу екранот и предметот се поставува тенка собирна леќа со фокусно растојание f . Покажете дека за вредности на f кои го исполнуваат условот $f < \frac{d}{4}$, постојат две позиции на кои може да се постави леќата, за кои на екранот се појавува јасен лик.

Решение:

Со p да го означиме растојанието од предметот до леќата, додека со l го означуваме растојанието од леќата до екранот на којшто се добива ликот. Бидејќи знаеме дека растојанието од предметот до екранот изнесува d , може да се запише:

$$p + l = d. \quad (27)$$

Заменувајќи го овој услов во равенката на тенка леќа:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}, \quad (28)$$

се добива:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{d-p}. \quad (29)$$

Од оваа равенка, потребно е да се добие израз за растојанието p . Со алгебарски трансформации може да се добие следнава квадратна равенка:

$$p^2 - d \cdot p + f \cdot d = 0. \quad (30)$$

Забележуваме дека равенката по растојанието p е квадратна равенка којашто има две реални и позитивни решенија

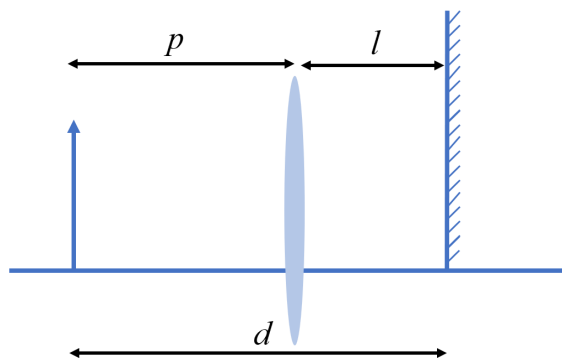
$$p_{1,2} = \frac{d \pm \sqrt{d^2 - 4fd}}{2}, \quad (31)$$

само ако дискриминантата на квадратната равенка е позитивна:

$$d^2 - 4 \cdot f \cdot d > 0. \quad (32)$$

Конечно, добиваме:

$$f < \frac{d}{4}. \quad (33)$$



Забелешка: За запишување на равенката за врската помеѓу растојанијата на предметот и ликот од леќата и растојанието од предметот до екранот се доделуваат 2 поена. За запишување на равенката на тенка леќа се доделуваат 5 поени. За точно добиената квадратна равенка се доделуваат 5 поени. За определувањето на условот решенијата да имаат физичка смисла се доделуваат 5 поени, а за точно запишување на крајниот услов се доделуваат преостанатите 3 поени.