



ОПШТИНСКИ НАТПРЕВАР ПО ФИЗИКА

7 февруари 2025

IV година

(решенија на задачите)

Задача 1. Војо забележал дека два светлински пулса се емитирани едноподруго, од иста точка на x -оската, во временски интервал од $3 \mu\text{s}$. Марко, којшто се движел долж x -оската, со константна брзина во однос на Војо, забележал дека истите пулсеви се емитирани со временска разлика од $9 \mu\text{s}$.

а) Со колкава брзина се движел Марко во однос на Војо?

б) На колкаво растојание се наоѓале точките од коишто се емитирани двата пулса, во однос на референтниот систем на Марко?

Брзината на светлината во вакуум изнесува $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

Решение:

$$\Delta t = 3 \mu\text{s}; \Delta t' = 9 \mu\text{s}.$$

Нека, во однос на референтниот систем на Војо, светлинските пулса се емитирани во моментите t_1 и t_2 , а во референтниот систем на Марко, истите се емитирани во моментите t'_1 и t'_2 , соодветно. Тогаш, според Лоренцовите трансформации, може да се запише:

$$t'_1 = \frac{t_1 - \frac{v}{c^2}x_1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}; \quad t'_2 = \frac{t_2 - \frac{v}{c^2}x_2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}},$$

каде што v е брзината на Марко во однос на Војо.

Оттука, се добива:

$$\Delta t' \equiv t'_2 - t'_1 = \frac{t_2 - t_1 - \frac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}.$$

Имајќи предвид дека, во однос на референтниот систем на Војо, двата пулса се емитирани од исто место, т.е. $x_1 = x_2$, од погорната равенка следува:

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}},$$

од каде што се добива брзината v :

$$v = \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta t}{\Delta t'}\right)^2} c = 0,943 c = 2,828 \cdot 10^8 \text{ m/s}.$$

Растојанието помеѓу двата настана, во однос на референтниот систем на Марко, може да се најде со повторно користење на Лоренцовите трансформации:

$$d \equiv |x'_2 - x'_1| = \left| \frac{x_2 - vt_2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - \frac{x_1 - vt_1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \right| = \frac{v\Delta t}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = 2,55 \cdot 10^3 \text{ m},$$

Во последната релација повторно беше искористено дека $x_1 = x_2$.

Забелешка: Точното запишување на Лоренцовите трансформации носи 5 поени, поврзувањето на двата временски интервала се наградува со 6 поени, одредувањето на брзината носи 4 поени, а пак одредувањето на растојанието d носи 5 поени. За погрешно пресметана нумеричка вредност се одземаат 2 поена, а за незапишување на мерна единица се одзема 1 поен. Доколку ученикот директно ја запише релацијата за дилатацијата на времето, не се одземаат поени.

Задача 2. Да се одреди кинетичката енергија на релативистички електрон, чијашто де Брољиева бранова должина е еднаква на $\lambda = \frac{h}{mc}$, каде што h е Планковата константа, c е брзината на светлината во вакуум, а пак $m = 510 \text{ keV}/c^2$ е масата на мирување на електронот.

Решение:

Имајќи ја предвид релацијата со којашто се одредува де Брољиевата бранова должина на честичка со импулс p , како и релацијата дадена во условот на задачата, може да се запише:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mc},$$

Лесно се заклучува дека импулсот на електронот е еднаков на

$$p = mc.$$

Оттука, користејќи ја релацијата

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4,$$

за вкупната енергија на електронот се добива:

$$E = \sqrt{2} mc^2,$$

Конечно, неговата кинетичка енергија се пресметува како:

$$K = E - mc^2 = (\sqrt{2} - 1) mc^2 \approx 211 \text{ keV}.$$

Забелешка: Запишувањето на изразот за де Брољиевата бранова должина и добивањето на релацијата за импулсот носи 6 поени, Добивањето на изразот за вкупната енергија носи 7 поени, а исто толку носи и одредувањето на кинетичката енергија. За погрешно пресметана нумеричка вредност се одземаат 2 поена, а за незапишување на мерната единица во која се изразува крајниот резултат се одзема 1 поен.

Задача 3. Диск со радиус $R = 20$ cm ротира со константно аголно забрзување $\alpha = 2 \text{ rad/s}^2$, околу оска којашто минува низ неговиот центар и е нормална на рамнината во којашто лежи дискот. Почетната аголна брзина на дискот е $\omega_0 = 1 \text{ rad/s}$. Колкави се тангенцијалното, нормалното и вкупното забрзување на точките коишто се наоѓаат на работ на дискот, по $t = 0,5$ s од почетокот на движењето?

Решение:

Тангенцијалното забрзување на точките коишто се наоѓаат на работ на дискот е дадено со изразот:

$$a_\tau = \alpha R = 0,4 \text{ m/s}^2$$

и е константно во текот на движењето.

Во моментот $t = 0,5$ s, аголната брзина на дискот изнесувала

$$\omega = \omega_0 + \alpha t = 2 \text{ rad/s},$$

од каде што може да се пресмета и нормалното забрзување на точките на работ од дискот:

$$a_n = \omega^2 R = 0,8 \text{ m/s}^2.$$

Вкупното забрзување е векторски збир на тангенцијалното и нормалното забрзување:

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n,$$

од каде што се добива и неговиот модул:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} \approx 0,9 \text{ m/s}^2.$$

Забелешка: Одредувањето на тангенцијалното и нормалното забрзување се наградува со по 5 поени. Одредувањето на аголната брзина носи 3 поени, а одредувањето на вкупното забрзување носи 7 поени. За секоја погрешно пресметана нумеричка вредност се одземаат по 2 поена, а за незапишување на мерна единица се одзема по 1 поен.

Задача 4. Хомогена прачка, којашто мирува во хоризонтална рамнина, прицврстена е на едниот крај и може слободно да ротира околу него. Масата на прачката е $m = 2 \text{ kg}$, а должината $L = 70 \text{ cm}$. На слободниот крај на прачката, во моментот $t = 0$, почнува да дејствува сила со константен интензитет $F = 20 \text{ N}$, којашто е постојано насочена нормално на прачката. Колку цели завртувања ќе направи прачката до моментот $t = 2 \text{ s}$? Моментот на инерција на хомогена прачка во однос на оската, којашто минува низ нејзиниот центар на маса и е нормална на прачката, е даден со $I_0 = mL^2/12$. На прачката не дејствуваат други сили.

Решение:

Моментот на инерција на прачката I , во однос на оската на ротација, којашто е на растојание $L/2$ од нејзиниот центар на маса, се определува со примена на Штајнеровата теорема:

$$I = I_0 + m \left(\frac{L}{2} \right)^2 = \frac{mL^2}{3}.$$

Од Вториот Њутнов закон за динамика на ротационо движење:

$$M = FL = I\alpha = \frac{mL^2}{3}\alpha.$$

Во последната релација со M е обележан моментот на сила, а пак со α аголното забрзување. Со елементарни трансформации за аголното забрзување се добива:

$$\alpha = \frac{3F}{mL}.$$

Прачката ротира со константно аголно забрзување, без почетна аголна брзина, па според тоа, за аголот за којшто ќе заротира прачката за $t = 2 \text{ s}$, се добива:

$$\varphi = \frac{\alpha t^2}{2} = \frac{3Ft^2}{2mL}.$$

Бидејќи при едно завртување прачката опишува агол 2π , бројот на цели завртувања, коишто ќе ги направи прачката за $t = 2 \text{ s}$, е еднаков на

$$N = \left[\frac{\varphi}{2\pi} \right] = \left[\frac{3Ft^2}{4\pi mL} \right] = 13.$$

Забелешка: Примената на Штајнеровата теорема носи 4 поени, запишувањето на Вториот Њутнов закон носи 5 поени, изразувањето на аголното забрзување носи 2 поена, одредувањето на аголното поместување носи 5 поени, а преостанатите 4 поени се доделуваат за одредување на бројот на завртувања. За погрешно пресметана нумеричка вредност се одземаат 2 поена, а за незапишување на мерна единица се одзема 1 поен.

Задача 5. Електрон поминува низ процеп со ширина $d = 70 \text{ nm}$. Користејќи го Хајзенберговиот принцип на неопределеност, да се процени неопределеноста на компонентата на брзината на електронот, што е паралелна на процепот. Масата на електронот е $m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$. Редуцираната Планкова константа е еднаква на $\hbar = 1,055 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$.

Решение:

Кога електронот поминува низ процепот, за неопределеноста на неговата положба може да се земе:

$$\Delta x \approx d.$$

Од Хајзенберговиот принцип на неопределеност, пак, важи:

$$\Delta x \Delta p_x = \Delta x m \Delta v_x \approx \hbar,$$

од каде што следува:

$$\Delta v_x \approx \frac{\hbar}{md} = 1,65 \cdot 10^3 \text{ m/s}.$$

Забелешка: Доколку ученикот искористил дека неопределеноста на координатата е од ред на ширината на процепот, се доделуваат 6 поени. Запишувањето на Хајзенберговиот принцип се наградува со 7 поени, а преостанатите 7 поени се доделуваат за изразување и пресметување на неопределеноста на брзината. Доколку ученикот искористил дека $\Delta x \approx d/2$ или го искористил строгиот принцип на Хајзенберг: $\Delta x \Delta p_x \geq \hbar/2$, не се одземаат поени. За погрешно пресметана нумеричка вредност се одземаат 2 поена, а за незапишување на мерната единица во крајниот резултат се одзема 1 поен.