



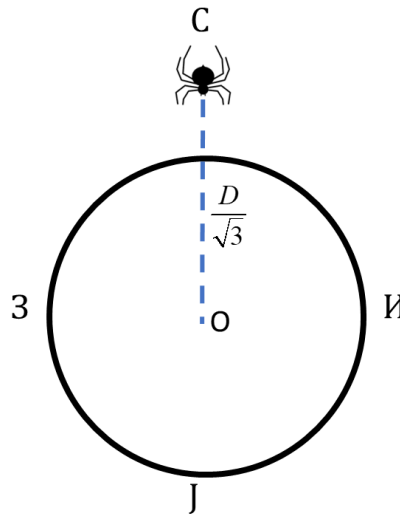
## 66. РЕПУБЛИЧКИ НАТПРЕВАР ПО ФИЗИКА

20 април 2024

III година

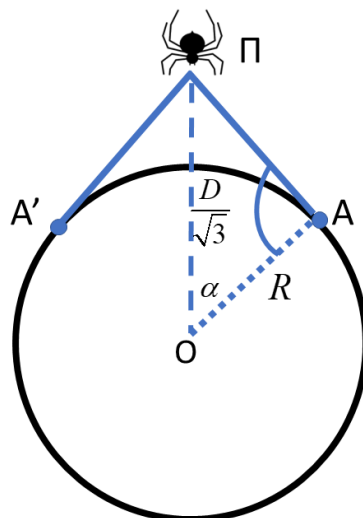
(решенија на задачите)

**Задача 1.** Пајак виси над Северниот пол (највисоката точка) на транспарентна стаклена топка (Слика 1), на растојание  $r = \frac{D}{\sqrt{3}}$  од центарот на топката, каде  $D$  е дијаметарот на топката. На кои позиции на топката би можела да застане мува, така што да не може да биде видена од пајакот? Индексот на прекршување на стаклото изнесува  $n = 2$ . Индексот на прекршување на околниот воздух е еднаков на 1.



Слика 1

Решение:



Слика 1.1

Мувата ќе биде видлива за пајакот директно, почнувајќи од Северниот пол на сферата, се до точката А, каде зракот кој доаѓа од мувата е тангенцијален на сферата (Слика 1.1).

Бидејќи тангентите на сферата во која и да било точка и радиус-векторот во таа точка се взаемно нормални, од триаголникот АОП, следи:

$$\cos \alpha = \frac{R}{\frac{2R}{\sqrt{3}}}$$

или,

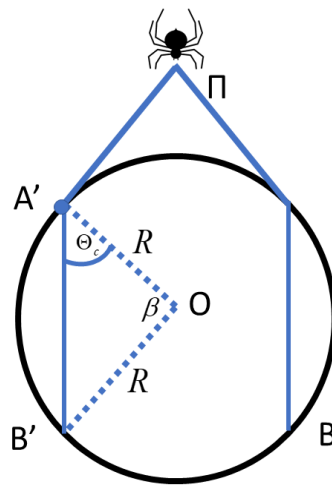
$$\alpha = 30^\circ.$$

За точки на сферата подалечни од А, односно за агли поголеми од  $\alpha$ , зракот би преминувал преку стаклото, а со тоа би претрпувал прекршување. Мувата нема да може да се види, ако зракот кој треба да стигне до пајакот трпи тотална рефлексција. За да се најде максималниот аголот при кој зракот претрпува тотална рефлексција, може да се искористи Снеловиот закон, така што :

$$n \sin \Theta_c = \sin 90^\circ,$$

или,

$$\Theta_c = 30^\circ.$$



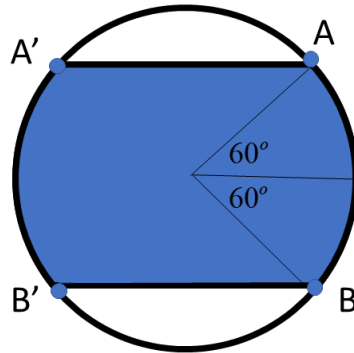
Слика 1.2

Зраците, кои со нормалата зафаќаат агли поголеми од критичниот агол, не ја напуштаат топката. Тоа се зраци од позиции кои се наоѓаат помеѓу точките А и В. За да се најде точната позиција на точката В, може да го искористиме фактот што триаголникот А'ОВ' е рамнокрак триаголник, така што аглите на основите се еднакви:

$$\beta = 180^\circ - 2 \cdot \Theta_c = 180^\circ - 2 \cdot 30^\circ = 120^\circ.$$

За точки јужно од В, зракот ќе излезе од сферата и со тоа мувата ќе биде видлива за пајакот.

Така, мувата нема да биде видлива доколку застане на висина помеѓу точките А и В. При решавањето, ние го упростивме проблемот земајќи само една димензионална проекција од целата сфера. Всушност, поради сферната симетрија, ова е исполнето за сите точки, коишто лежат на појасот помеѓу северна ширина од  $60^\circ$  и јужна ширина, исто така од  $60^\circ$  – исенчаниот дел на Слика 1.3. Со други зборови, ова се нарекува поларен агол помеѓу  $60^\circ$  и  $60^\circ$ .



Слика 1.3

**Забелешка:** За точна скица се доделуваат **4 поени**. За точно определување на критичниот агол се доделуваат **4 поени**. За точно пресметување на аголот  $\alpha$ , се доделуваат **4 поени**, а за точно определување на аголот  $\beta$  се доделуваат **5 поени**. Последните **3 поени** се доделуваат доколку ученикот експлицитно наведе каде се наоѓаат точките кои го имаат бараното својство. За погрешно пресметани конечни нумерички вредности (вредностите на поларните агли) се одземаат 2 поена.

**Задача 2.** Радиоактивно датирање е метод со кој може да се определува староста на некој објект преку определување на составот и периодот на полураспад на радиоизотопите. Преку разни видови на последователни распади, овие изотопи претрпуваат трансмутации и на крај преминуваат во стабилни јадра. Со определувањето на периодите на полураспади на радиоактивните изотопи во последователни распади, може да се определи и времето кое поминало од нивното создавање.

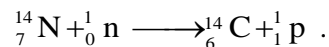
За определување на старост на органски материјали, се користи методот на јаглеродно датирање. При судир на неутрони со  ${}^{14}_7\text{N}$  во атмосферата, се создава радиоизотопот  ${}^{14}_6\text{C}$ , кој потоа може да се најде во живите организми.

**а)** Запишете ја реакцијата на добивање на  ${}^{14}_6\text{C}$ . Која честичка се добива при оваа реакција?

**б)** Дрвен артефакт е откриен во гробница, за којашто не се знае од кој период потекнува. Откриено е дека дрвото, од коешто е направен артефактот содржи 60% од бројот на атоми на  ${}^{14}_6\text{C}$ , којшто може да се најде во примерок од живо дрво со исти димензии. Ако периодот на полураспад на  ${}^{14}_6\text{C}$  е 5730 години, определете ја староста на гробницата.

### Решение:

**а)** Според условот на задачата се добива следната нуклеарна реакција:



Бидејќи полнежите мора да се запазат, честичката која се создава во процесот е протон.

**б)**

$$N = 0,6N_0$$

$$T_{1/2} = 5730\text{y}$$

Од законот за радиоактивно распаѓање,

$$N = N_0 e^{-\lambda t} ,$$

константата на радиоактивно распаѓање може да се пресмета преку периодот на полураспад:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln(2)}{5730\text{y}} = 0,00012\text{y}^{-1} .$$

Со заменување на дадените вредности, може да се пресмета времето во кое била направена гробницата:

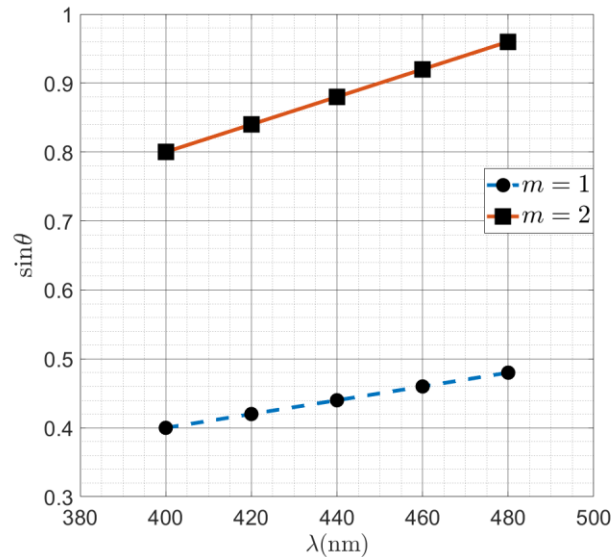
$$0,6N_0 = N_0 e^{-\lambda t} ;$$

$$\ln(0.6) = -\lambda t \Rightarrow t = -\frac{\ln(0,6)}{\ln(2)} T_{1/2} \approx 4222\text{y} .$$

Значи, артефактот датира од периодот пред 4222 години. Да забележиме дека овде за години е искористена ознаката у, но треба да се знае дека ознаката за години во SI е а.

**Забелешка:** Делот **а)** носи **8 поени**. Делот **б)** носи **12 поени**. За изразување на константата на радиоактивност преку периодот на полураспад се доделуваат **6 поени**, а за точно изразување на времето, заедно со точен нумерички резултат се доделуваат **6 поени**. За погрешно пресметана нумеричка вредност се одземаат **2 поена**. За незапишување на единицата во која се изразува времето се одзема **1 поен**.

**Задача 3.** Извршен е експеримент со дифракциона решетка, при што се мерат аглиите на максимумите од прв и втор ред, за различни бранови должини, при нормално упаѓање на паралелен сноп зраци врз дифракционата решетка. Резултатите се прикажани на графикот на Слика 2, така што кружните точки на испрекинатата линија ги означуваат максимумите од прв ред, а квадратите на полната линија ги означуваат максимумите од втор ред.



Слика 2

а) Со помош на графикот, определете ја константата на дифракционата решетка.

б) Дали со ваква дифракциона решетка може да се добие максимум од трет ред, ако на неа паѓа светлина со бранова должина од 400 nm?

### Решение:

При дифракција на паралелни зраци, коишто упаѓаат нормално на дифракционата решетка, положбата на главните максимуми се определува според

$$d \sin \theta = m \lambda .$$

На графикот е прикажана линеарна зависност помеѓу  $\sin \theta$  и  $\lambda$  ( $\sin \theta(\lambda) = \frac{m}{d} \lambda$ ), така што споредувајќи ја равенката за дифракционите максимуми со равенка на права, се добива дека коефициентот на правата  $k$  може да се пресмета преку:

$$k = \frac{m}{d} .$$

За пресметување на коефициентот на правата, може да се искористи било која од двете прави. Избирајќи ја правата за  $m=1$ :

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0,48 - 0,4}{480 \text{ nm} - 400 \text{ nm}} = 10^6 \text{ m}^{-1} .$$

а) Споредувајќи со равенката за права, за константата на решетката се добива:

$$d = \frac{m}{k} = 10^{-6} \text{ m} = 1 \mu\text{m} .$$

б) Условот за трет максимум  $m = 3$ , се применува во првата равенка:

$$\sin \theta = \frac{m\lambda}{d} = 1, 2,$$

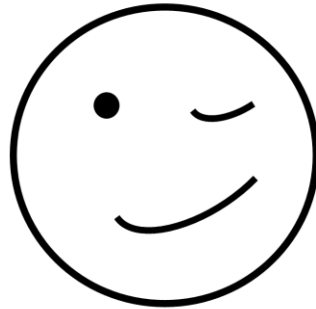
Бидејќи функцијата  $\sin \theta$  е дефинирана во граници  $(0,1)$ , може да се заклучи дека со оваа решетка, при таа бранова должина не се добива максимум од трет ред.

**Забелешка:** Делот а) се наградува со **13 поени**, а делот б) носи **7 поени**.

Во делот а) за точно запишување на равенката за дифракциони максимуми, се доделуваат **3 поени**. За точно поврзување на равенката на права и равенката за максимуми, односно за запишување на израз кој го поврзува коефициентот на правата и максимумот, се доделуваат **3 поени**. За пресметување на коефициентот на права со избирање на две точки, се доделуваат **4 поени**, а за пресметување на константата на решетката се доделуваат **3 поени**.

Во делот б) се доделуваат **4 поени** за пресметување на синусот од аголот, а за точен одговор се доделуваат уште **3 поени**.

**Задача 4.** Христијан имал 3 рамни огледала за експериментирање. Гледајќи се во едно од нив, го замижал десното око и ја видел рефлексијата прикажана на Слика 3. Држејќи го десното око замижано, ги наредил огледалата под прави агли во форма на страни на коцка кои имаат заедничка точка, така што рефлектирачките страни се од внатрешната страна на коцката и погледнал во заедничката точка на огледалата. Скицирајте го ликот, којшто го гледа Христијан гледајќи точно кон заедничката точка на огледалата.

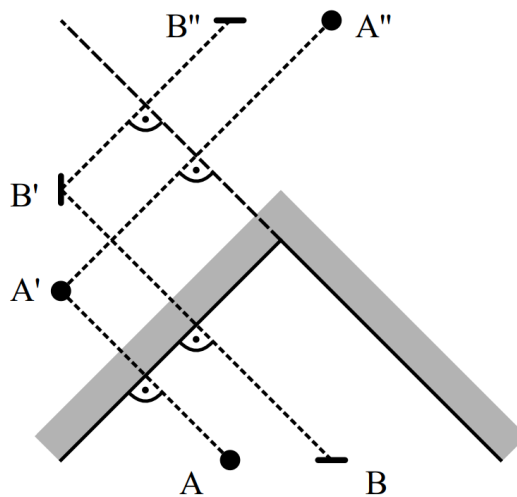


Слика 3

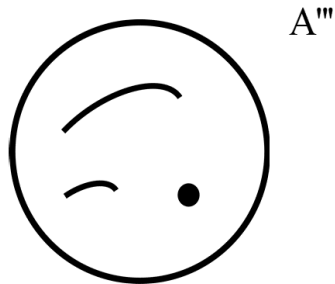
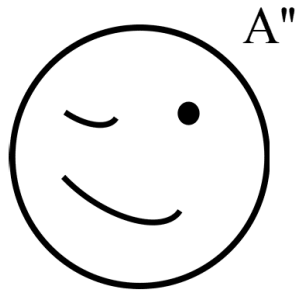
**Решение:**

При рефлексија од рамно огледало, ликовите се имагинарни и се позади огледалото, на еднакво растојание од огледалото како предметот.

Да го разгледаме системот огледала составен од 2 вертикални огледала и 1 хоризонтално огледало. Точките А и В се очите на Христијан. Со круг (точката А) го означуваме отвореното око на Христијан, а со црта (точката В) неговото замижано око. При рефлексија од првото огледало, се добиваат ликовите А' и В'. Овие ликови се всушност предмети за второто огледало, така што се добиваат ликовите на очите А'' и В''.



Кога го земаме предвид и хоризонталното огледало, рефлексијата од второто огледало, А'' е предмет на тоа огледало, така што крајниот лик, којшто Христијан го гледа, гледајќи кон темето на огледалата, е превртениот лик А'''.



**Забелешка:** За точно цртање на рефлексijата од едно огледало, се доделуваат **4 поени**. За точно цртање на рефлексijата во второто огледало, односно вториот лик, се доделуваат **8 поени**. За добивање на крајниот лик од хоризонталното огледало, се доделуваат преостанатите **8 поени**.



**Задача 5.** Егзотични атоми ги нарекуваме оние атоми кај кои една од честичките (протон, електрон или неутрон) е заменета со некоја егзотична честичка. Најдобар пример за егзотичен атом се мионските атоми, каде што еден електрон е заменет со мион. Мионот е „поголем брат“ на електронот, бидејќи има ист полнеж како и електронот ( $q_\mu = -e$ ), но неговата маса е околу 200 пати поголема од онаа на електронот ( $m_\mu \approx 200m_e$ ). Најпрво да го разгледаме наједноставниот мионски атом, оној составен од еден протон и еден мион, кој уште се нарекува мионски водород. Да го примениме Боровиот модел на таквиот атом.

**а)** На колкаво растојание од протонот се наоѓа мионот кога орбитира околу протонот кога тој се наоѓа во основната состојба?

**б)** Колку изнесува енергијата на јонизација на мионскиот водород, ако тој пред јонизирањето се наоѓал во основната состојба?

Вториот мионски атом кој е од особен интерес е мионскиот хелиум, кој е составен од два протона, два неутрона, еден електрон и еден мион. Согласно одговорот кој го добивте во делот **а)** можеме да заклучиме дека мионот се наоѓа многу поблиску до јадрото од електронот. Според тоа, ефективно, можеме да сметаме дека тој исто така е дел од јадрото.

**в)** Колкав е полнежот на таквото јадро?

Ако на мионскиот хелиум сега го примениме Боровиот модел тогаш:

**г)** Да се пресметаат енергиите на фотоните кои ќе ги емитира електронот од мионскиот хелиум при премин од 1то на 2то ниво и при премин од 1то на 5то ниво.

$$\text{Боровиот радиус изнесува } r_0 = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2} = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m. Ридберговата константа изнесува } R = \frac{m_e e^4}{8 \epsilon_0^2 h^3 c} = 1,1 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}.$$

Планковата константа изнесува  $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} = 4,14 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$ . Брзината на светлината е еднаква на  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .

### Решение:

**а)** Најпрво да забележиме дека растојанието, на коешто се наоѓа електронот во водородниот атом е всушност еднакво на Боровиот радиус, којшто е даден во условот на задачата. Забележуваме дека во изразот за Боровиот радиус влегува полнежот на електронот  $e$  и неговата маса  $m_e$ . Сите останати членови се фундаментални константи, коишто не зависат од карактеристиките на електронот. Бидејќи мионот има ист полнеж како и електронот, но има различна маса, за односот помеѓу растојанието на кое се наоѓа мионот во мионскиот водород и Боровиот радиус можеме да запишеме:

$$\frac{r_\mu}{r_0} = \frac{\frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_\mu e^2}}{\frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2}} = \frac{m_e}{m_\mu},$$

па оттука лесно заклучуваме дека:

$$r_\mu = \frac{m_e}{m_\mu} r_0 \approx \frac{1}{200} r_0 = 2,65 \cdot 10^{-13} \text{ m.}$$

Значи, мионот се наоѓа околу 200 пати поблиску до протонот отколку електронот во водородниот атом.

**б)** По дефиниција, јонизационата енергија на водородниот атом претставува енергијата која електронот треба да ја добие за да се избие од првото ниво во бесконечност. Таа енергија, согласно Ридберговата релација е дадена со:

$$E_{1,e} = hf_\infty = \frac{hc}{\lambda_\infty} = Z^2 hcR = 1^2 \cdot 4,14 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cdot 1,1 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1} \approx 13,7 \text{ eV.}$$

Во последната релација со  $f_\infty$  и  $\lambda_\infty$  ги обележавме фреквенцијата и брановата должина, соодветно, на фотонот кој би го избил електронот. За мионскиот водород ситуацијата е иста, со тоа што забележуваме дека во Ридберговата константа која се користи кај водородниот атом влегува масата на електронот. Аналогно на случајот **а)**, можеме да го запишеме односот на јонизационите енергии на водородниот мион и вообичаениот водород:

$$\frac{E_{1,\mu}}{E_{1,e}} = \frac{Z^2 hc R_\mu}{Z^2 hc R} = \frac{\frac{m_\mu e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c}}{\frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c}} = \frac{m_\mu}{m_e} \Rightarrow E_{1,\mu} = E_{1,e} \cdot \frac{m_\mu}{m_e} \approx 200 E_{1,e} \approx 2,7 \text{ keV}.$$

Значи, јонизационата енергија е околу 200 пати поголема во овој случај. Ова е и сосема очекувано, бидејќи во делот **а)**, веќе видовме дека мионот се наоѓа околу 200 пати поблиску до протонот. Кулоновата енергија со која се привлекуваат мионот и протонот зависи обратнопропорционално од растојанието помеѓу двете честички и од полнежите на честичките, па затоа таа енергија е околу 200 пати поголема од онаа кај вообичаениот водороден атом.

**в)** Бидејќи во јадрото се наоѓаат два протона, мион и два неутрона, вкупниот полнеж на таквото јадро е еднаков на

$$Z_{\text{He},\mu} = 2 - 1 + 0 = 1.$$

**г)** Со оглед на тоа што во овој случај полнежот на јадрото е еднаков на 1, а во атомот е присутен само еден електрон, енергиите на фотоните кои ќе се емитираат при премините се еднакви на енергиите, при истите тие премини кај водородниот атом. Затоа, можеме едноставно да запишеме

$$E_{1 \rightarrow 2} = Z_{\text{He},\mu}^2 hc R \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{3}{4} Z^2 hc R = \frac{3}{4} E_{1,e} \approx 10,3 \text{ eV}.$$

$$E_{1 \rightarrow 5} = Z_{\text{He},\mu}^2 hc R \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{5^2} \right) = \frac{24}{25} Z^2 hc R = \frac{24}{25} E_{1,e} \approx 13,2 \text{ eV}.$$

За едноставно пресметување го искористивме резултатот добиен во делот **б)**.

**Забелешка:** Делот **а)** се наградува со **5 поени**, делот **б)** со **7 поени**, делот **в)** со **3 поени**, а пак делот **г)** со **5 поени**. Ако во делот **б)** ученикот само ја запише Ридберговата релација за водородниот атом и не продолжил да решава, се доделуваат **2 поена**.