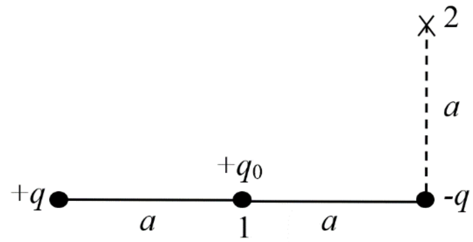
66. РЕПУБЛИЧКИ НАТПРЕВАР ПО ФИЗИКА
20 април 2024

II година
(решенија на задачите)

Задача 1. За колку ќе се промени електростатската потенцијална енергија на позитивниот полнеж q_0 = 20 nC, прикажан на Слика 1, ако тој се премести од точката 1 во точката 2? Другите два полнежа имаат иста големина, $q = 1\ \mu\mathrm{C}$, но спротивни знаци, како што е прикажано на сликата. Растојанието a изнесува $20\ \mathrm{cm}$. Кулоновата константа изнесува $k = 9\cdot 10^9\ \mathrm{N}\dfrac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{C}^2}$.



Слика 1

Решение:

Промената на потенцијалната енергија на полнежот q_0 се должи на тоа што тој се поместува помеѓу две точки со различни потенцијали. Така, таа промена на потенцијалната енергија може да се изрази преку разликата на потенцијалите во точките 1 и 2, соодветно, според релацијата

$$\Delta W_p = q_0(\varphi_2 - \varphi_1)\ .$$

Потенцијалот во точката 1, создаден од полнежите $+q$ и $-q$ е еднаков на

$$\varphi_1 = k\frac{q}{a} - k\frac{q}{a} = 0\ .$$

Потенцијалот во точката 2, пак, е еднаков на:

$$\varphi_2 = k\frac{q}{r} - k\frac{q}{a}\ ,$$

каде што r е растојанието од полнежот $+q$ до полнежот точката 2. Растојанието r може да се определи со помош на Питагоровата теорема

$$r = \sqrt{a^2 + (2a)^2}\ .$$

Според тоа, за промената на потенцијалната енергија на системот се добива:

$$\Delta W_p = q_0\left(k\frac{q}{\sqrt{a^2+(2a)^2}} - k\frac{q}{a}\right) = kq_0q\left(\frac{1}{a\sqrt{5}} - \frac{1}{a}\right),$$

$$\Delta W_p = \frac{kq_0q}{a}\left(\frac{1}{\sqrt{5}} - 1\right) = -0{,}5\ \mathrm{mJ}\ .$$

Негативниот знак на промената укажува дека потенцијалната енергија на полнежот се намалува, при неговото преместување од точката 1 во точката 2. Ова се должи на тоа што, во втората положба преовладува привлечната сила од негативниот полнеж во точката 2, и системот како целина е постабилен, откако полнежот q_0 ќе се премести во точката 2.

Забелешка: За запишување на изразот за промената на електростатската потенцијална енергија се доделуваат 3 поени. За запишување на секој од изразите за потенцијалот во точките 1 и 2 се доделуваат по 4 поени. За определување на растојанието од полнежот $+q$ до полнежот q_0 се доделуваат 5 поени. Конечната релација за промената на електростатската потенцијална енергија, заедно со точен нумерички резултат се наградува со преостанатите 5 поени. За погрешно пресметана нумеричка вредност се одземаат 2 поена, а за незапишување на единицата мерка во која е изразен конечниот резултат се одзема 1 поен. Доколку ученикот ја пресметал апсолутната вредност на разликата (пресметал разлика помеѓу почетната и крајната вредност), односно не го запишал негативниот знак, не се одземаат поени.

Задача 2. Плочите на еден воздушен кондензатор се поставени на растојание $d_0 = 2$ mm една над друга. Напонот помеѓу нив изнесува $U_0 = 500\ \text{V}$. Во еден момент, долната плоча, чијашто маса е m = 100 g, се одделува и почнува да паѓа вертикално надолу, а горната плоча не ја менува својата положба. Да се пресмета брзината на долната плоча во моментот кога напонот помеѓу плочите изнесува $U = 5U_0$, ако кондензаторот за целото тоа време е исклучен од изворот на напон. Почетниот капацитет на кондензаторот е $C_0 = 1\ \text{nF}$. Земјиното забрзување изнесува $g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$. Отпорот на воздухот да се занемари.

Решение:

Поради тоа што кондензаторот е исклучен од изворот на напон, неговиот полнеж не се менува во текот на паѓањето на плочата, т.е.

$$q = C_0 U_0 = CU\ .$$

Капацитетот на плочест кондензатор зависи обратнопропорционално од растојанието помеѓу плочите, а право пропорционално од диелектричната константа ε и нивните плоштини S. Ако во моментот кога напонот помеѓу плочите е $U = 5U_0$, растојанието помеѓу плочите го означиме со d, од претходната релација се добива:

$$\frac{C}{C_0} = \frac{\varepsilon_0 \dfrac{S}{d}}{\varepsilon_0 \dfrac{S}{d_0}} = \frac{U_0}{U} = \frac{1}{5}\ .$$

Растојанието помеѓу плочите во бараниот момент изнесува:

$$d = 5d_0\ .$$

До тој момент висината на долната плоча ќе се намали за:

$$\Delta h = d - d_0 = 5d_0 - d_0 = 4d_0\ .$$

При паѓањето на плочата ќе се зголемува кинетичката енергија на кондензаторот, односно според Законот за запазување на енергија:

$$mg4d_0 + \frac{C_0 U_0^{\,2}}{2} = \frac{CU^2}{2} + \frac{mv^2}{2}\ .$$

Оваа релација може да се добие и ако се запише вкупната енергија на системот во почетната и крајната положба на долната плоча, при што најдобро е како референтно ниво за определување на потенцијалната енергија да се земе горната плоча. За брзината на долната плоча во моментот кога $U = 5U_0$ се добива:

$$v = \sqrt{8gd_0 - \frac{4C_0 U_0^{\,2}}{m}} = 0{,}38\ \text{m/s}\ .$$

Забелешка: Доколку ученикот користејќи го законот за запазување на полнежот го изведе односот помеѓу капацитетите во двата случаја и ја одреди разликата во растојанијата, се доделуваат 5 поени. Ако ученикот точно го запише законот за запазување на енергијата се доделуваат 12 поени. Крајната релација за брзината, заедно со точен нумерички резултат се наградува со преостанатите 3 поени. За погрешно пресметана нумеричка вредност се одземаат 2 поена, а за незапишување на единицата мерка во која е изразен конечниот резултат се одзема 1 поен.

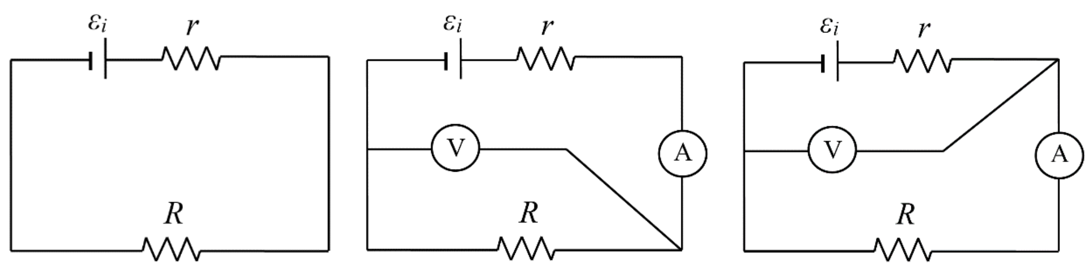
Задача 3. а) Колкава струја ќе тече низ отпорникот $R = 180\ \Omega$, доколку тој се поврзе со батерија со електромоторна сила $\varepsilon_i = 6\ \text{V}$ и внатрешен отпор од $r = 20\ \Omega$ (Слика 3а). Колкав е напонот на краевите од отпорникот?

б) Во струјното коло се поврзуваат амперметар со внатрешен отпор $r_A = 0,5\ \Omega$ и волтметар со внатрешен отпор $r_V = 20\ \text{k}\Omega$, како на Слика 3б. Кои вредности ќе се отчитаат од амперметарот и од волтметарот?

в) Кои вредности ќе се отчитаат од амперметарот и волтметарот, доколку волтметарот се поврзе како на Слика 3в?

Постои ли разлика во отчитаните вредности во случајот **б)** и случајот **в)**? Доколку постои, која конфигурација дава поточно отчитување?

Напомена: За споредба на отчитаните вредности потребно е да се земат најмалку пет децимали.



Слика 3а **Слика 3б** **Слика 3в**

Решение:

а) Струјата која протекува низ колото е:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{6\ \text{V}}{180\ \Omega + 20\ \Omega} = 0,03\ \text{A}\,.$$

Бидејќи отпорникот е сериски врзан, напонот на неговите краеви се наоѓа како:

$$V = IR = 0,03\ \text{A} \cdot 180\ \Omega = 5,4\ \text{V}\,.$$

б) Бидејќи волтметарот е врзан паралелно со отпорникот, нивниот еквивалентен отпор ќе биде

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{r_V} + \frac{1}{R}\,,$$

$$R' = \frac{r_V R}{r_V + R} = 178,39\ \Omega\,,$$

Вкупниот еквивалентен отпор во струјното коло е:

$$\mathrm{R}_{ek1} = R' + r + r_A = 198,89\ \Omega\,.$$

Според тоа од амперметарот ќе се отчита

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_{ek1}} = 0,030167\ \text{A}\,,$$

а од волтметарот

$$V_1 = I_1 R' = 5,3816\ \text{V}\,.$$

в) Амперметарот и отпорникот помеѓу себе се врзани сериски, а со волтметарот се врзани паралелно. Еквивалентниот отпор на овој дел од струјното коло ќе биде:

$$\frac{1}{R''} = \frac{1}{r_V} + \frac{1}{r_A + R}\,,$$

$$R'' = \frac{r_V (r_A + R)}{r_V + r_A + R} = 178,89\ \Omega\,.$$

Вкупниот еквивалентен отпор во ова струјно коло е:

$$R_{ek2} = R'' + r = 198,89\ \Omega\,.$$

Струјата која протекува низ колото е:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{ek2}} = 0,030167 \text{ A}.$$

Меѓутоа ова не е струјата која ќе се отчита од амперметарот. За да ја најдеме јачината на струјата која ќе се отчита од амперметарот, најпрво треба да го отчитаме напонот од волтметарот:

$$V_2 = IR'' = 5,3966 \text{ V}.$$

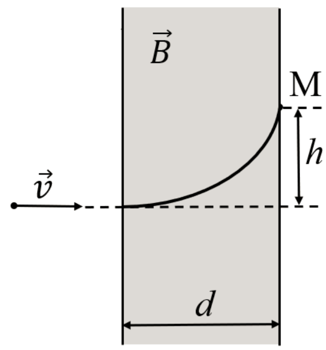
Според тоа, од амперметарот ќе се отчита:

$$I_2 = \frac{V_2}{R + r_A} = 0,029898 \text{ A}.$$

Со споредба на добиените вредности од делот **б)** и **в)** со оние од делот под **а)** може да се забележи дека поточни отчитувања дава конфигурацијата прикажана на Слика 3в. При реални мерења (како што всушност се прикажани во деловите **б)** и **в)**), добиените резултати секогаш ќе отстапуваат од вредностите, коишто ги предвидува теоријата, односно Омовиот закон, за коло во коешто не се вклучени мерни инструменти, како што е случајот под **а).** За да се измерат истите вредности, потребно е инструментите да бидат идеални, односно волтметарот да има бесконечно голем отпор, а амперметарот да има отпор еднаков на нула, но во реалноста такви инструменти не постојат.

Забелешка: За определување на струјата и напонот во делот **а)** се доделуваат по 2 поена. За определување на еквивалентниот отпор и отчитаните вредности од амперметарот и волтметрот во делот **б)** се доделуваат по 2 поена. За определување на еквивалентниот отпор во делот **в)** се доделуваат 3 поени, за релацијата за струјата која протекува низ колото се доделува 1 поен, додека за отчитните вредности од амперметарот и волтметрот се доделуваат по 2 поена. За заклучок дека конфигурацијата прикажана на слика 3в дава поточни отчитувања се доделуваат преостанатите 2 поена.

Задача 4. Протон, движејќи се во хоризонтална рамнина, влетува под прав агол во хомогено магнетно поле со индукција $B = 0{,}1\ \mathrm{T}$, кое дејствува во област со ширина $d = 4\ \mathrm{mm}$, прикажано на Слика 3. Протонот треба да го напушти магнетното поле во точката М, којашто се наоѓа на висина $h = 2\ \mathrm{mm}$ во однос на почетниот правец на движење. Каква треба да биде насоката на векторот на магнетната индукција за да биде тоа можно? Колкава треба да е почетната брзина на протонот, за тој да може да го напушти магнетното поле точно во точката М? Масата и полнежот на протонот се дадени со $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$, соодветно.



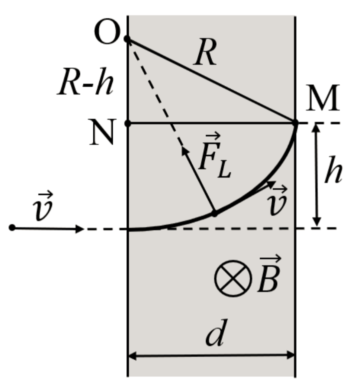
Слика 3

Решение:

Кога протонот ќе влета во магнетното поле, на него ќе дејствува Лоренцовата сила, којашто секогаш дејствува нормално на векторот на брзината и на векторот на магнетната индукција. Под дејство на таа сила, доаѓа до закривување на патеката на протонот и тој во магнетното поле, ќе се движи по кружна траекторија. За протонот да се отклони од првобитниот правец нагоре и да може го напушти полето во точката М, како што е прикажано на сликата, векторот на магнетната индукција мора да биде насочен кон рамнината на листот (вертикално надолу кон хоризонталната рамнина), согласно Флеминговото правило на левата рака, коешто важи за позитивен полнеж, односно средниот прст ја покажува насоката на брзината, показалецот насоката на магнетната индукција, а палецот ја покажува насоката на Лоренцовата сила. Големината, пак, на Лоренцовата сила за случајот кога векторот на брзината е нормален на векторот на магнетната индукција е дадена со

$$F = evB.$$

Протонот во полето ќе се движи по кружна патека со радиус R, чиј центар се наоѓа на левата граница на полето, прикажано на Слика 3.1.



Слика 3.1

Бидејќи Лоренцовата сила претставува центрипетална сила, од вториот Њутнов закон имаме

$$m\frac{v^2}{R} = evB,$$

Оттука, брзината може да се изрази како:

$$v = \frac{eBR}{m}.$$

Радиусот на кружната патека, по којашто се движи протонот може да се изрази со користење на Питагорината теорема од правоаголниот триаголник ONM:

$$R^2 = \left(R - h\right)^2 + d^2 .$$

Од тука за R се добива:

$$R = \frac{h^2 + d^2}{2h} .$$

За брзината на протонот се добива:

$$v = \frac{eB\left(h^2 + d^2\right)}{2hm} \approx 47900 \text{ m/s} .$$

Забелешка: За одредување на брзината на протонот се доделуваат 7 поени. За одредување на радиусот на кружната патека по која се движи протонот се доделуваат 7 поени. Конечната релација за брзината, заедно со точен нумерички резултат се наградува со преостанатите 6 поени. За погрешно пресметана нумеричка вредност се одземаат 2 поена, а за незапишување на единицата мерка во која е изразен конечниот резултат се одзема 1 поен.

Задача 5. За исто време едно математичко нишало прави 50 полни осцилации, а друго 30 полни осцилации. Да се одредат должините на математичките нишала, ако должината на едното од нив е помала за 32 cm од должината на другото. Да се смета дека осцилациите на нишалата се мали.

Решение:

Периодот на математичко нишало претставува времето за кое нишалото ќе направи една цела осцилација. Според условот на задачата, за исто време $t_1 = t_2 = t$, првото нишало прави $n_1 = 50$, а второто $n_2 = 30$ полни осцилации. Периодите на двете нишала ќе бидат:

$$T_1 = \frac{t_1}{n_1} = \frac{t}{n_1} \quad \text{и} \quad T_2 = \frac{t_2}{n_2} = \frac{t}{n_2} \,,$$

од каде што се добива:

$$T_1 n_1 = T_2 n_2 \,.$$

За мали амплитуди периодот на математичко нишало може да се изрази како:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \,.$$

Бидејќи првото нишало прави поголем број на осцилации, можеме да заклучиме дека неговата должина е помала. Според тоа периодите на двете нишала се:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_2 - \Delta l}{g}} \quad \text{и} \quad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}} \,.$$

Со замена на релациите за периодите на нишалата во релацијата која ги поврзува периодите со бројот на осцилации се добива:

$$2\pi\sqrt{\frac{l_2 - \Delta l}{g}} n_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}} n_2 \,.$$

За должината на второто нишало се добива:

$$l_2 = \Delta l \frac{n_1^2}{n_1^2 - n_2^2} = 50 \text{ cm} \,,$$

а за должината на првото нишало:

$$l_1 = l_2 - \Delta l = 18 \text{ cm} \,.$$

Забелешка: За запишување на релациите за периодите преку бројот на осцилации како и релацијата која ги поврзува периодите на двете нишала се доделуваат по 2 поена. За запишување на периодите на нишалата преку нивните должини се доделуваат по 3 поени. Доколку ученикот ја има запишано само општата релација за периодот за мали осцилации му се доделуваат 3 поени. Конечните релации за должините на нишалата, заедно со точните нумерички резултати се наградуваат со по 4 поени. За секоја погрешно пресметана нумеричка вредност се одземаат по 2 поена, а за секое незапишување на единицата мерка во која е изразен конечниот резултат се одзема по 1 поен.