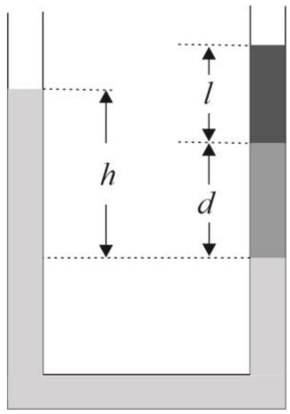
47. ДРЖАВЕН НАТПРЕВАР ПО ФИЗИКА 2024
1 јуни 2024

9 одделение
(решенија на задачите)

Задача 1. Во U цевка со напречен пресек $50\,\mathrm{mm}^2$ е ставена одредена количина вода чија густина е $997\,\mathrm{kg/m}^3$. Во десниот крак над водата е ставено масло со густина $830\,\mathrm{kg/m}^3$ на висина $d=5\,\mathrm{cm}$, а над него е ставена непозната течност на висина $l=4\,\mathrm{cm}$, како што е прикажано на Слика 1. Течностите не се мешаат. Разликата во висината на водата во левиот и десниот крак на цевката е $h=7\,\mathrm{cm}$. Колкави се густината и масата на непознатата течност?



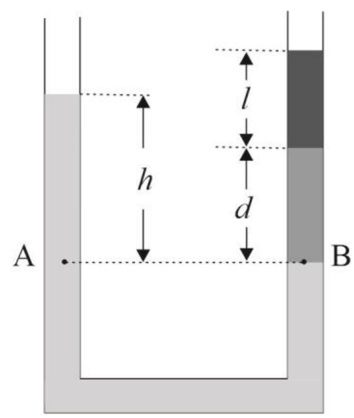
Слика 1

Решение:

$S=50\,\mathrm{mm}^2=50\cdot10^{-6}\,\mathrm{m}^2=5\cdot10^{-5}\,\mathrm{m}^2,$

$\rho_v=997\,\mathrm{kg/m}^3, \rho_d=830\,\mathrm{kg/m}^3,\ d=5\,\mathrm{cm}=5\cdot10^{-2}\,\mathrm{m},$ **[2п]**

$l=4\,\mathrm{cm}=4\cdot10^{-2}\,\mathrm{m}, h=7\,\mathrm{cm}=7\cdot10^{-2}\,\mathrm{m}.$



Слика 1а

Притисокот во точката A е еднаков на притисокот во точката B, па важи:

$$p_A=p_B\text{,}\ \textbf{[2п]}$$

$$p_a+\rho_d gd+\rho_l gl=p_a+\rho_v gh\text{,}\ \textbf{[6п]}$$

каде p_a е атмосферскиот притисок кој се јавува поради тоа што и двата крака на цевката се отворени, а $\rho_d gd$, $\rho_l gl$ и $\rho_v gh$ се хидростатските притисоци од сите течности соодветно. Од тука, по поништување на атмосферскиот притисок и кратење на Земјиното забрзување, за густината на непознатата течност се добива:

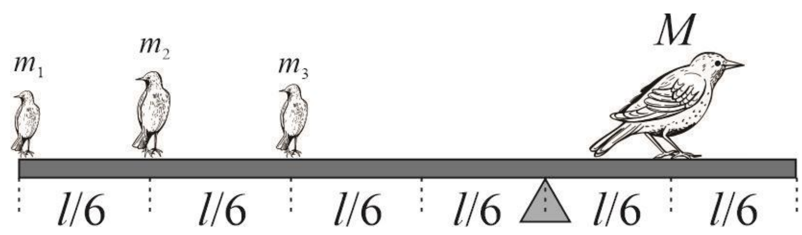
$$\rho_l=\frac{\rho_v h-\rho_d d}{l}=707{,}25\,\mathrm{kg/m}^3\text{ .}\textbf{[6п]}$$

Масата на непознатата течност ќе се пресмета како:

$$m=\rho_l V=\rho_l Sl=1{,}41\cdot10^{-3}\,\mathrm{kg}=1{,}41\,\mathrm{g}.\ \textbf{[4п]}$$

Забелешка. За секое погрешно претворање на единиците на ученикот му се одзема по еден поен. За погрешно пресметани конечни решенија се одземаат по два поена. За незапишување на единиците мерки во решенијата се одзема по еден поен.

Задача 2. Гледајќи од лево кон десно на Слика 2, птица со маса $m_1 = 0,8\,\text{kg}$ стои на левиот крак на лост. На растојание $l/6$ од неа стои птица со маса $m_2 = 1,3\,\text{kg}$, а на растојание $l/6$ од неа птица со маса $m_3 = 1\,\text{kg}$, како што е прикажано на Слика 2. Кога мајката птица ќе застане на оддалеченост $l/6$ од потпорната точка на лостот на неговиот десен крак, системот е во рамнотежа. Потпорната точка се наоѓа на растојание $2l/6$ од крајот на десниот крак на лостот. Кога мајката птица би се наоѓала на двојно помало растојание од потпорната точка и би било дозволено поместување на само една од малите птици (кога се поместува една од малите птици другите две не ги менуваат своите положби), за колкаво растојание би требало секоја од нив да се помести и на која страна од лостот, за да системот повторно е во рамнотежа? Да се занемари масата на лостот и времето за поместување.



Слика 2

Решение:

$m_1 = 0,8\,\text{kg},\ m_2 = 1,3\,\text{kg}, m_3 = 1\,\text{kg}.$

На почетокот, системот е во рамнотежа кога мајката птица се наоѓа на растојание $l/6$ од десниот крај на лостот. Условот за рамнотежа на моментот на сили во однос на потпорната точка на лостот се добива ако збирот на вртливите моменти кои се во насока на вртењето на стрелките на часовникот е еднаков на збирот на моментите кои се во насока спротивна од насоката на вртење на стрелките на часовникот. Во овој случај, можеме да запишеме:

$$m_1 g\frac{4l}{6} + m_2 g\frac{3l}{6} + m_3 g\frac{2l}{6} = Mg\frac{l}{6}.\ \textbf{[2п]}$$

По кратење на земјиното забрзување и должината на лостот, за масата на мајката птица добиваме:

$$M = 4m_1 + 3m_2 + 2m_3 = 9,1\,\text{kg}.\ \textbf{[2п]}$$

Кога мајката птица ќе се помести на двојно помало растојание до потпорната точка, системот ќе остане во рамнотежа кога првата птица ќе се помести на растојание x_1 од потпорната точка, при што важи равенката:

$$m_1 g x_1 + m_2 g\frac{3l}{6} + m_3 g\frac{2l}{6} = Mg\frac{l}{12}.\ \textbf{[1п]}$$

Ако се поместува втората птица, равенката ќе биде:

$$m_1 g\frac{4l}{6} + m_2 g x_2 + m_3 g\frac{2l}{6} = Mg\frac{l}{12}.\ \textbf{[1п]}$$

Ако се поместува третата птица, равенката ќе биде:

$$m_1 g\frac{4l}{6} + m_2 g\frac{3l}{6} + m_3 g x_3 = Mg\frac{l}{12}.\ \textbf{[1п]}$$

Со решавање на равенките се добива:

$$x_1 = \frac{M - 6m_2 - 4m_3}{12m_1}l = -0.28l,\ \textbf{[2п]}$$

$$x_2 = \frac{M - 8m_1 - 4m_3}{12m_2}l = -0.083l,\ \textbf{[2п]}$$

$$x_3 = \frac{M - 8m_1 - 6m_2}{12m_3} l = -0.425l. \textbf{[2п]}$$

Ова значи дека за да се воспостави рамнотежа малите птици мора да се поместат на **десниот крак** од лостот. Поместувањето на третата птица е невозможно, бидејḱи десниот крак на лостот е долг само $l_D = \frac{2}{6} l = 0,333l$ што е поголемо од растојанието x_3 на кое треба да се постави птицата. **[3п]**

Првата и втората птица треба да се поместат на десно за:

$$\Delta x_1 = \frac{4}{6} l + 0,28l = 0,95l \text{ ,}\textbf{[2п]}$$

$$\Delta x_2 = \frac{3}{6} l + 0,083l = 0,583l \text{ .}\textbf{[2п]}$$

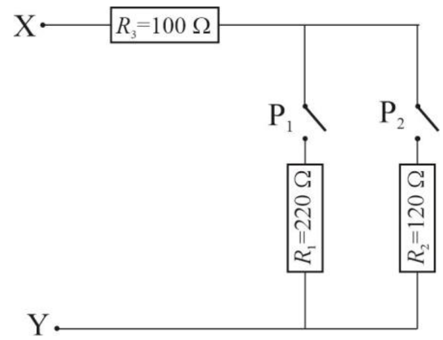
Задача 3. На Слика 3 е прикажан дел од струјно коло со отпорници и прекинувачи. Колкав е вкупнот отпор меѓу точките X и Y:

а) Ако прекинувачите се отворени;

б) Ако прекинувачот P_2 е отворен, а P_1 е затворен;

в) Ако прекинувачот P_1 е отворен, а P_2 е затворен;

г) Ако и двата прекинувачи се затворени.



Слика 3

Решение:

$R_1 = 220\,\Omega,\ R_2 = 120\,\Omega,\ R_3 = 100\,\Omega.$

а) Ако прекинувачите се отворени во овој дел од колото не тече струја. Така, вкупниот отпор е бесконечно голем. **[4п]**

б) Ако прекинувачот P_2 е отворен, а P_1 е затворен, струја тече низ отпорниците R_1 и R_3, кои се поврзани сериски. Вкупниот отпор е:

$$R = R_1 + R_3 = 220\,\Omega + 100\,\Omega = 320\,\Omega.$$ **[5п]**

в) Ако прекинувачот P_1 е отворен, а P_2 е затворен, тече струја низ отпорниците R_2 и R_3, кои се поврзани сериски. Вкупниот отпор е:

$$R = R_2 + R_3 = 120\,\Omega + 100\,\Omega = 220\,\Omega.$$ **[5п]**

г) Ако и двата прекинувачи се затворени тече струја низ трите отпорници. Отпорниците R_1 и R_2 се врзани паралелно, а тие заедно со отпорникот R_3 се врзани сериски:

$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, \quad R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 77,65\,\Omega.$$ **[4п]**

$$R = R_{12} + R_3 = 177,65\,\Omega.$$ **[2п]**

Забелешка. За секое погрешно претворање на единиците на ученикот му се одзема по еден поен. За погрешно пресметани конечни решенија се одземаат по два поена. За незапишување на единиците мерки во решенијата се одземаат по еден поен.

Задача 4. Топче со густина $2850\,\mathrm{kg/m^3}$ паѓа со константна брзина v_1 во течност со густина $1230\,\mathrm{kg/m^3}$. Да се одреди густината на друго топче, ако тоа паѓа во истата течност со константна брзина v_2, каде $v_2 = \frac{5}{2}v_1$. При паѓање на топче во течност на топчето дејствува сила на триење во обратна насока од насоката на движење. Големината на силата на триењето (отпорот на средината) се пресметува како $F = kv$, каде v е брзина со која паѓа топчето, а k е константа на пропорционалноста што е еднаква за двете топчиња. Волуменот на двете топчиња е ист.

Решение:
$\rho_1 = 2850\,\mathrm{kg/m^3}$, $\rho_T = 1230\,\mathrm{kg/m^3}$,
$v_2 = \frac{5}{2}v_1$, $V_1 = V_2 = V$.

Го запишуваме Вториот Њутнов закон за движењето на првото топче кога на него дејствува силата на Земјина тежа G, Архимедовата сила F_A и силата на отпорот на средината F имајќи предвид дека силата на Земјината тежа дејствува во насока на движењето на топчето (вертикално надолу) а Архимедовата сила и силата на триење дејствуваат во спротивна насока (вертикално нагоре):

$$G - F_A - F = ma. \quad \textbf{[2п]}$$

Поради тоа што топчињата паѓаат во течноста со константна брзина, забрзувањето ќе биде еднакво на нула, односно

$$G - F - F_A = 0. \quad \textbf{[2п]}$$

Да ја запишеме равенката за двете топчиња соодветно:

$$\begin{aligned} \rho_1 V g - k v_1 - \rho_T g V &= 0; \\ \rho_2 V g - k v_2 - \rho_T g V &= 0. \end{aligned} \quad \textbf{[2п + 2п]}$$

Со преуредување на равенките добиваме:

$$\begin{aligned} Vg(\rho_1 - \rho_T) &= k v_1; \\ Vg(\rho_2 - \rho_T) &= k v_2. \end{aligned} \quad \textbf{[2п + 2п]}$$

По делење на равенките добиваме:

$$\frac{\rho_1 - \rho_T}{\rho_2 - \rho_T} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{2}{5}, \quad \textbf{[4п]}$$

$$\rho_2 = \frac{5\rho_1 - 3\rho_T}{2} = 5280\,\mathrm{kg/m^3}. \quad \textbf{[4п]}$$

Забелешка. За погрешно пресметано конечно решение се одземаат два поена. За незапишување на единицата мерки во крајниот резултат се одзема еден поен.

Задача 5. Два точкести полнежи се наоѓаат на меѓусебно растојание $2r$ и помеѓу нив се појавува Кулонова одбивна сила. Ако растојанието помеѓу нив се зголеми на $5r$, одредете колку пати помала ќе биде големината на силата во овој случај во однос на случајот кога растојанието помеѓу полнежите изнесувало $2r$?

Решение:

$F_1, \; 2r,$

$F_2, \; 5r.$

Во првиот случај, големината на Кулоновата сила ќе се пресмета како:

$$F_1 = k\frac{q_1 q_2}{(2r)^2}, \; \textbf{[4п]}$$

а во вториот случај:

$$F_2 = k\frac{q_1 q_2}{(5r)^2}. \textbf{[4п]}$$

Со делење на равенките добиваме:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{k\frac{q_1 q_2}{(2r)^2}}{k\frac{q_1 q_2}{(5r)^2}} = \frac{k\frac{q_1 q_2}{4r^2}}{k\frac{q_1 q_2}{25r^2}} = \frac{25}{4} \; \textbf{[6п]}$$

По изразување на F_2:

$$F_2 = \frac{4}{25}F_1. \textbf{[6п]}$$