



РЕГИОНАЛЕН НАТПРЕВАР ПО ФИЗИКА 2022

2 април 2021

I година

(решенија на задачите)

Задача 1. На првата третина од патот, мотор се движи со брзина v_1 , а останатиот пат го поминува со брзина $v_2 = 45 \text{ km/h}$. Средната брзина на моторот по целиот пат е $v_{\text{sr}} = 36 \text{ km/h}$. Колкава е брзината v_1 ?

Решение:

Средната брзина на моторот е дадена со изразот:

$$v_{\text{sr}} = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2}{t_1 + t_2}. \quad (1)$$

Патот што моторот го поминува во првиот дел изнесува $s_1 = \frac{s}{3}$. Според тоа, времето t_1 може да се изрази преку брзината v_1 :

$$v_1 = \frac{s_1}{t_1} = \frac{s}{3t_1} \Rightarrow t_1 = \frac{s}{3v_1}.$$

Патот што моторот го поминува во вториот дел е $s_2 = \frac{2s}{3}$. На ист начин како и претходно, може да се запише израз и за времето t_2 :

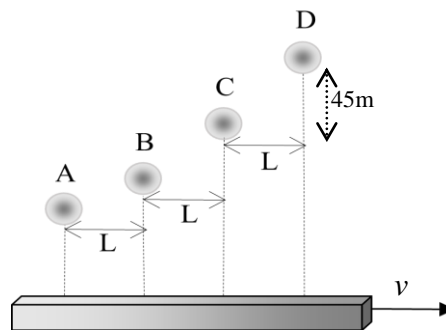
$$v_2 = \frac{s_2}{t_2} = \frac{2s}{3t_2} \Rightarrow t_2 = \frac{2s}{3v_2}.$$

Со замена на t_1 и t_2 во релацијата (1) се добива:

$$\begin{aligned} v_{\text{sr}} t_1 + v_{\text{sr}} t_2 &= v_1 t_1 + v_2 t_2, \\ v_{\text{sr}} \frac{s}{3v_1} + v_{\text{sr}} \frac{2s}{3v_2} &= v_1 \frac{s}{3v_1} + v_2 \frac{2s}{3v_2}, \\ \frac{v_{\text{sr}}}{3v_1} &= 1 - \frac{2v_{\text{sr}}}{3v_2}, \\ v_1 &= \frac{v_{\text{sr}}}{3 \left(1 - \frac{2v_{\text{sr}}}{3v_2} \right)} = \frac{v_{\text{sr}} v_2}{3v_2 - 2v_{\text{sr}}} = 25,7 \text{ km/h}. \end{aligned}$$

Забелешка: За запишување на изразот за средната брзина се доделуваат 3 поени. Ако ученикот точно ги изрази времињата t_1 и t_2 се доделуваат 8 поени. Изведувањето на крајната релација, заедно со точната нумеричка вредност се наградува со преостанатите 9 поени. Доколку нумеричката вредност е погрешно пресметана, се одземаат 2 поена. Ако не е запишана мерната единица, се одземаат два поена. На ученикот му се остава слобода резултатот да го изрази или во km/h или во m/s .

Задача 2. Четири топчиња А, В, С и D се поставени на различна висина над подвижна лента, којашто се движи хоризонтално на десно, со брзина $v = 2 \text{ m/s}$. Оддалеченоста меѓу топчињата во хоризонтален правец е $L = 2 \text{ m}$. Во еден момент, сите топчиња почнале слободно да паѓаат. Во тој момент, топчето D се наоѓало 45 m повисоко од топчето C, како на сликата. Да се одреди висината од која почнало да паѓа секое од топчињата, ако сите топчиња паднале во иста точка на подвижната лента. За Земјиното забрзување да се земе $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Слика 1

Решение:

За топчето D да падне во иста точка како топчето A, подвижната лента треба да се придвижи надесно за $3L$, односно за 6 m . Тоа може да го направи за време од:

$$t = \frac{s}{v} = 3 \text{ s}.$$

Но, на тоа треба да се додаде и времето потребно за топчето A да падне на лентата, t_A . Вкупното време на паѓање на топчето D ќе биде:

$$t_D = t_A + 3 \text{ s}.$$

Висината на топчето D ќе биде:

$$H_D = \frac{g(t_A + 3 \text{ s})^2}{2}.$$

За топчето C да падне во истата точка треба да паѓа време:

$$t_C = t_A + 2 \text{ s},$$

па неговата висина е:

$$H_C = \frac{g(t_A + 2 \text{ s})^2}{2}.$$

Бидејќи топчето D е на висина 45 m поголема од висината на топчето C:

$$H_D = 45 \text{ m} + H_C.$$

Со замена на експлицитните изрази за H_C и H_D се добива:

$$\frac{g(t_A + 3 \text{ s})^2}{2} = 45 \text{ m} + \frac{g(t_A + 2 \text{ s})^2}{2},$$

од каде што се добива:

$$\Rightarrow t_A = 2 \text{ s}.$$

Ако сега го искористиме времето t_A , можеме да ги добиеме висините од кои паднале топчињата:

$$H_D = 125 \text{ m},$$

$$H_C = 80 \text{ m},$$

$$H_B = \frac{g(t_A + 1 \text{ s})^2}{2} = 45 \text{ m},$$

$$H_A = \frac{gt_A^2}{2} = 20 \text{ m}.$$

Забелешка: Ако ученикот точно го пресмета времето t се доделуваат 3 поени. За точно запишување на изразите за H_D и H_C се доделуваат уште 5 поени. Ако ученикот со комбинација на релациите го пресмета времето на паѓање на топчето А се доделуваат 8 поени. Крајните вредности за висините се бодуваат со 4 поени. За секоја грешно пресметана вредност се одзема по 1 поен. Ако ученикот не ја запише мерната единица во која се изразува величината исто така се одзема по 1 поен за секоја од незапишаните мерни единици.

Задача 3. Астронаут слетал на непозната планета и сакал да ја пресмета тежината на дадено тело на таа планета. За таа цел, астронаутот постапил на следниов начин. Најпрво, почнал да го влече телото во хоризонтален правец со постојана сила со големина од 12 N, при што забележал дека под дејство на оваа сила, телото изминало пат еднаков на 12 m во првите 2 секунди од неговото движење. Притоа, тој се осигурал дека помеѓу телото и хоризонталната подлога, врз којашто се движело телото, не дејствува сила на триење и дека телото мирувало пред да започне да го влече. Потоа, го пуштил телото слободно да паѓа, без почетна брзина, од висина 10 m, при што измерил дека на телото му биле потребни 2,58 s за да падне на површината на планетата.

На крајот, го ставил телото во океан од метан. Утврдил дека телото плива на површината на океанот.

а. Колку изнесува тежината на телото на непознатата планета?

б. Колку изнесува тежината на телото на Земјата?

в. Дали ова тело би можело да плива во океаните на Земјата?

Земјиното забрзување изнесува $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Густината на метанот изнесува $\rho_M = 657 \text{ kg/m}^3$, а пак, на водата изнесува $\rho_V = 1000 \text{ kg/m}^3$.

Решение:

а. Во првиот дел од својот експеримент, астронаутот всушност сакал да ја одреди масата на телото. Бидејќи тој дејствувал со константна сила врз телото, тоа се движело рамномерно праволиниски, па за изминатиот пат важи:

$$s = \frac{at^2}{2}.$$

Од вториот Њутнов закон пак:

$$F = ma,$$

па затоа:

$$m = \frac{Ft^2}{2s} = 2 \text{ kg}.$$

Во вториот дел од експериментот, астронаутот всушност го мерел забрзувањето при слободно паѓање на непознатата планета. Бидејќи телото било пуштено да паѓа без почетна брзина важи:

$$h = \frac{g_N t^2}{2};$$

каде со g_N го обележавме непознатото забрзување. Оттука лесно се добива дека:

$$g_N = \frac{2h}{t^2} = 3 \text{ m/s}^2.$$

Конечно, тежината на телото на непознатата планета е еднаква на:

$$G_N = mg_N = 6 \text{ N}.$$

б. Слично, за тежината на Земјата добиваме:

$$G = mg = 19,62 \text{ N}.$$

в. Да, телото плива на океанот на непознатата планета, што значи дека неговата густина е помала од густината на метанот. Бидејќи густината на метанот е помала од густината на водата, сигурни сме дека телото ќе плива и во океан на Земјата.

Забелешка: Делот **а.** носи 13 поени, делот **б.** носи 4 поени, додека делот **в.** носи 3 поени.. За секоја грешно пресметана вредност се одзема по 1 поен. Ако ученикот не ја запише мерната единица во која се изразува величината исто така се одзема по 1 поен, за секоја од незапишаните мерни единици.

Задача 4. Сателит со маса $m = 220 \text{ kg}$ кружи околу Земјата, на висина 640 km над нејзината површина.

Да се пресметаат:

- а) брзината на сателитот,
- б) периодот на ротацијата на сателитот околу Земјата.

Сега да претпоставиме дека сателитот при ротацијата околу Земјата губи механичка енергија, а поради тоа растојанието до Земјата се намалува со текот на времето. Ако за едно завртување сателитот се приближува кон Земјата за $0,1 \text{ km}$, одредете ги:

- в) висината,
- г) брзината,
- д) периодот,

на сателитот откако тој ќе направи 1500 ротации.

Можете да ги искористите следниве константи: $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$, $M_z = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, $R_z = 6370 \text{ km}$.

Решение:

- а) Гравитационата сила ја игра улогата на центрипетална сила, односно:

$$\frac{mv^2}{R} = \gamma \frac{mM_z}{R^2}.$$

Оттука, за брзината на сателитот се добива:

$$v = \sqrt{\frac{M_z \gamma}{R}} = \sqrt{\frac{M_z \gamma}{R_z + 640 \text{ km}}} = 7,54 \text{ km/s}.$$

- б) Периодот на сателитот, пак, е еднаков на:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi R}{v} = 97,4 \text{ min}.$$

- в) Висината можеме да ја најдеме едноставно според следната релација

$$h_1 = 640 \text{ km} - 0,1 \cdot 1500 \text{ km} = 490 \text{ km}.$$

- г) Брзината на крајот од движењето ќе биде

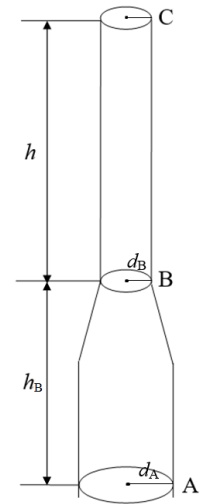
$$v = \sqrt{\frac{M_z \gamma}{R_z + h_1}} = 7,63 \text{ km/s}.$$

- д) Периодот на крајот од движењето се определува според

$$T = \frac{2\pi R_2}{v} = 94,2 \text{ min}.$$

Забелешка: Делот а) носи 5 поени, делот б) носи 4 поени, делот в) носи 3 поени, додека пак деловите г) и д) носат по 4 поени. За секоја грешно пресметана вредност се одзема по 1 поен. Ако ученикот не ја запише мерната единица во која се изразува величината исто така се одзема по 1 поен за секоја од незапишаните мерни единици.

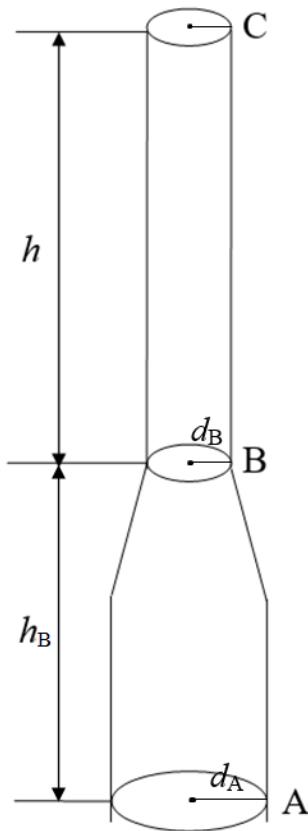
Задача 5. Млаз вода тече низ вертикална цевка (види Слика 2). Растојанието од напречниот пресек на цевката, означен со А, до пресекот, означен со В, изнесува h_B , а пак статичките притисоци во пресеците А и В изнесуваат p_A и p_B , соодветно. Дијаметрите на цевката во пресеците А и В изнесуваат d_A и d_B , соодветно. Растојанието помеѓу пресеците В и С изнесува h . Брзината на водата во пресекот А изнесува v_A .



Слика 2

- Изразете ја брзината во пресекот В, со примена на равенката на континуитет за пресеците А и В.
- Запишете ја Бернулиевата равенка за пресеците А и В, и изразете го растојанието h_B преку останатите параметри во равенката.
- Ако ви е познато дека $d_A > d_B$, одговорете дали статичкиот притисок во пресекот С е поголем од оној во пресекот В.

Решение:



- Брзината на водата во точката В се наоѓа преку законот за континуитет:

$$S_A v_A = S_B v_B,$$

$$v_B = \frac{S_A v_A}{S_B} = \frac{d_A^2 v_A}{d_B^2}.$$

- Бараната висина може да се изрази преку Бернулиевата равенка за точката А и точката, В:

$$p_A + \frac{\rho v_A^2}{2} + \rho g h_A = p_B + \frac{\rho v_B^2}{2} + \rho g (h_B + h_A),$$

$$\Rightarrow h_B = \frac{(p_A - p_B)}{\rho g} + \frac{v_A^2}{2g} \left(1 - \frac{d_A^4}{d_B^4}\right).$$

- Од равенката на континуитете знаеме дека брзината на водата во точките В и С е еднаква. Бидејќи точката С се наоѓа на поголема висина од точката В, за Бернулиевата равенка да биде задоволена, мора статичкиот притисок во точката С да биде помал од оној во точката В.

Забелешка: Деловите **а.** и **б.** носат по 6 поени, додека делот под **в.** се наградува со 8 поени. Ако ученикот даде точен одговор на делот под **в.** без да даде објаснување, не се доделуваат поени.