55. ДРЖАВЕН НАТПРЕВАР ПО ФИЗИКА ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД СРЕДНИТЕ УЧИЛИШТА
Прилеп, 2012

- трета година –

1. Двете страни на една сферна површина со радиус на закривеност $R = 28\,\text{cm}$ делуваат како огледала. И од едната и од другата страна на оваа површина поставен е по еден светол предмет (вертикално на оптичката оска, така што долниот крај му лежи на оптичката оска) на еднакво растојание $p = 34\,\text{cm}$ од темето на огледалото. Висината на предметот кој се наоѓа пред вдлабнатата страна е $P = 2{,}8\,\text{cm}$.

а) Колкава треба да биде висината на предметот кој се наоѓа пред испакнатата страна, за ликовите на двата предмети да имаат иста големина?

б) Да се конструираат двата лика.

Решение: а) Равенката за вдлабнато огледало $\frac{1}{p}+\frac{1}{l}=\frac{1}{f}$, ја множиме со p и добиваме $1+\frac{p}{l}=\frac{p}{f}$.

Потоа заменуваме $\frac{p}{l}=\frac{P}{L}$, па претходната равенка ја добива следнава форма

$$1+\frac{P}{L}=\frac{p}{f}, \qquad (1)$$

каде што P е висината на предметот поставен пред вдлабната страна, а L е висината на неговиот лик.

Равенката за испакнато огледало $\frac{1}{p}-\frac{1}{l'}=-\frac{1}{f}$, ја множиме со p, а потоа заменуваме $\frac{p}{l'}=\frac{P'}{L}$ (земено предвид дека $L = L'$) и добиваме

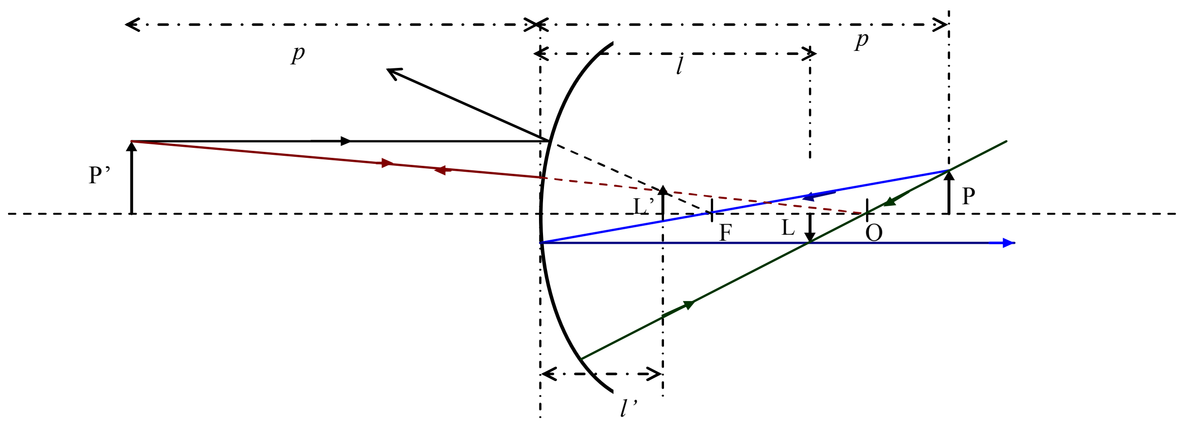
$$1-\frac{P'}{L}=-\frac{p}{f}, \qquad (2)$$

каде што P’ е висината на предметот поставен пред испакнатата страна.

Од равенка (1) изразуваме $\frac{1}{L}=\frac{1}{P}\left(\frac{p}{f}-1\right)$ и заменуваме во (2), од каде, имајќи предвид дека $f = R/2$, наоѓаме

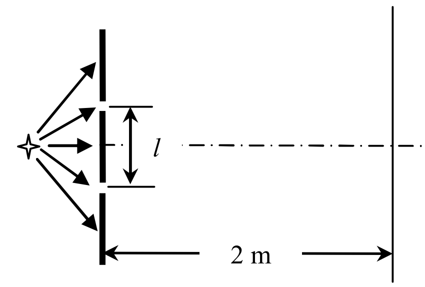
$$\boxed{P'=P\frac{\left(\frac{p}{f}+1\right)}{\left(\frac{p}{f}-1\right)}=P\frac{\frac{2p}{R}+1}{\frac{2p}{R}-1}=6{,}7\ \text{cm}}.$$

б)



2. Во интерферентната шема на Јанг две пукнатини се осветлени со светлина со бранова должина $\lambda = 589\,\text{nm}$ (сл. 2). Растојанието од пукнатините до екранот е $2\,\text{m}$. Десеттиот интерферентен минимум се набљудува на растојание $7{,}26\,\text{mm}$ од централниот (нулти) максимум. Да се определи растојанието помеѓу двете пукнатини. Шемата е поставена во воздушна средина.

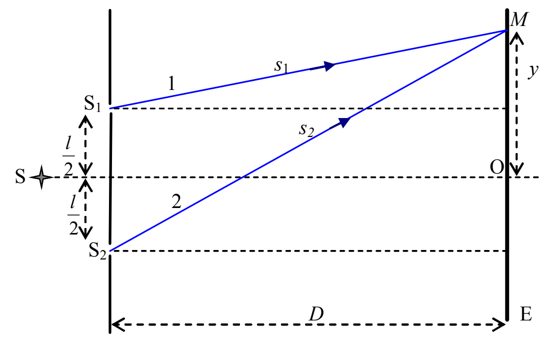
(Може да се употреби следнава приближна релација $(1+x)^{1/2} \approx 1 + x/2$ која важи за многу мали вредности на x)



Сл. 2

Решение:

Услов за интерферентен минимум:



Оптичката патна разлика помеѓу двата интерферирачки зраци, $\Delta s = n_0(s_2 - s_1)$, треба да го задоволува условот $\Delta s = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$, каде k е цел број, n_0 е индекс на прекршување на средината.

Ја наоѓаме оптичката патна разлика $\Delta s = n_0(s_2 - s_1)$, каде

$$s_1 = D\sqrt{1 + \left(\frac{y - l/2}{D}\right)^2} \qquad \text{(1а);}$$

$$s_2 = D\sqrt{1 + \left(\frac{y + l/2}{D}\right)^2}\,. \qquad \text{(1б)}$$

Имајќи предвид дека, практично $l \ll D$ и $y \ll D$, може да се земе приближно

$$s_1 \approx D\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{y - l/2}{D}\right)^2\right] \qquad \text{(2а)}$$

$$s_2 \approx D\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{y + l/2}{D}\right)^2\right], \qquad \text{(2б)}$$

при што употребивме $\sqrt{1+x} \approx 1 + x/2$. Во (2а) е земено $x = \left(\dfrac{y - l/2}{D}\right)^2$, а во (2б) $x = \left(\dfrac{y + l/2}{D}\right)^2$.

Со помош на ралациите (2а) и (2б) за оптичката патна разлика се добива $\Delta s = n_0 yl/D$. Оттука изразуваме

$$l = \frac{\Delta s D}{n_0 y} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}\frac{D}{n_0 y}\,.$$

$$l = (2\cdot 10 + 1)\frac{589\cdot 10^{-9}\cdot 2}{2\cdot 1\cdot 7{,}26\cdot 10^{-3}} = 1{,}7\,\text{mm}\,.$$

3. Односот на бројот на емитирани фотоелектрони и бројот на фотони кои паѓаат на површината на фотокатодата зависи од брановата должина на употребената светлина според релацијата

$$x = B_1 - B_2\lambda^2$$

каде што B_1 и B_2 се константи карактеристични за материјалот од кој е направена фотокатодата. Експериментално е утврдено дека вредностите на овие константи за дадена фотокатода изнесуваат $B_1 = 1{,}8 \cdot 10^{-2}$ и $B_2 = 2{,}0 \cdot 10^{11}\ \mathrm{m}^{-2}$. Колкава е излезната работа на фотоелектроните за материјалот од кој е направена фотокатодата користена во експериментот (Планкова константа $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{Js}$, елементарен електричен полнеж $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$ и брзина на светлината $c = 3{,}0 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m/s}$).

Решение: Во случај кога фотокатодата се осветлува со светлина чија бранова должина е еднаква на граничната бранова должина λ_{max}, емисијата на електрони престанува, па бројот на емитирани фотоелектрони станува еднаков на нула, т.е.

$$0 = B_1 - B_2\lambda_{\max}^2 \qquad (1)$$

Од друга страна, согласно Ајнштајновата релација $\frac{hc}{\lambda} = A + E_k$, за $\lambda = \lambda_{\max}$ се добива

$$\frac{hc}{\lambda_{\max}} = A\,. \qquad (2)$$

Од (1) и (2) за излезната работа A наоѓаме

$$A = hc\sqrt{\frac{B_2}{B_1}}$$

$$A = 6{,}623 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{Js} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\sqrt{\frac{2 \cdot 10^{11}\ \mathrm{m}^{-2}}{1{,}8 \cdot 10^{-2}}} = 6{,}623 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}\,,$$

или ако се изрази во електронволти

$$A = \frac{6{,}623 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 4{,}1\ \mathrm{eV}\,.$$

4. Гајгер-Милеров бројач поставен во близина на радиоактивен препарат $^{18}\mathrm{F}$, во даден момент, регистрира $100\,\text{импулси/s}$. При повторено мерење, направено $2\,\mathrm{min}$ подоцна, бројачот регистрирал $87\ \text{импулси/s}$.

а) Колкав е периодот на полураспаѓање на $^{18}\mathrm{F}$?
б) Колкав дел од радиоактивните атоми се распаднале во текот на интервалот помеѓу двете мерења?

Решение: **а)** Активноста на радиоактивниот препарат во почетниот момент (прво мерење) има вредност

$$A_0 = \lambda N_0 \,, \qquad (1)$$

а две минути подоцна ($t = 2\,\mathrm{min}$), таа изнесува

$$A = \lambda N = \lambda N_0 \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t} \,. \qquad (2)$$

Со комбинирање на релациите (1) и (2) се добива

$$A = A_0 \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t} \quad ; \quad \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t} = \frac{A}{A_0} \quad ; \quad \ln \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t} = \ln \frac{A}{A_0} \quad ; \quad \lambda = \frac{1}{t} \ln \frac{A_0}{A}$$

Имајќи предвид дека радиоактивната константа λ, која се појавува во горните релации, е поврзана со периодот на полураспаѓање на следниов начин

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \,, \qquad (3)$$

за периодот на полураспаѓање добиваме

$$T_{1/2} = \frac{t \ln 2}{\ln\left(A_0 / A\right)} = 9{,}95\,\mathrm{min} \,.$$

б) Делот од атомите кој се распаднал за време од две минути изнесува

$$\eta = \frac{N_0 - N}{N_0} = \frac{N_0 - N_0 \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t}}{N_0} = 1 - \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t} = 1 - e^{-\frac{t \cdot \ln 2}{T_{1/2}}}$$

Со замена на бројните вредности добиваме

$$\eta = 0{,}13 = 13\,\% \,.$$

5. Да се одреди масениот број на нуклидот чиј радиус на јадрото изнесува 1/3 од радиусот на јадрото на ^{189}Os .

***Решение*:** Радиусот R на дадено јадро може да се пресмета според равенката

$$R = r_0 \cdot A^{1/3}$$

каде што r_0 е константа а A е бројот на нуклеони во јадрото. Според тоа за радиусот на осмиумот, кој ќе го означиме со R_1, имаме:

$$R_1 = r_0 \cdot A_1^{1/3}$$

каде што $A_1 = 189$.Радиусот на јадрото на непознатиот елемент, R_2, може да се запише на сличен начин

$$R_2 = r_0 \cdot A_2^{1/3}$$

и за него, согласно условот на задачата, важи $R_2 = R_1/3$.
Со комбинација на равенките за масениот број на јадрото на непознатиот елемент се добива

$$\boxed{A_2 = \frac{A_1}{3^3} = \frac{A_1}{27} = 7}.$$